APhEx 12, 2015 (ed. Vera Tripodi)
Ricevuto il: 04/11/2013
Accettato il: 12/06/2015
Redattore: Valeria Giardino

APhEx
PORTALE ITALIANO DI FILOSOFIA ANALITICA
GIORNALE DI FILOSOFIA
NETWORK
N° 12 GIUGNO 2015

P R O F I L I

# BERTRAND RUSSELL

di Gianluigi Oliveri

*ABSTRACT – Bertrand Russell è stato uno dei filosofi più influenti del '900. L'importanza del suo lavoro non può essere confinata ad un particolare ambito tematico quale la logica matematica o la filosofia del linguaggio. Dotato di una vitalità straordinaria, di una grande curiosità e di un intelletto acutissimo, la sua produzione scientifica è sterminata.*



Periodico On-line / ISSN 2036-9972

APhEx
PORTALE ITALIANO DI FILOSOFIA ANALITICA
GIORNALE DI FILOSOFIA
NETWORK

## 1. Introduzione

Bertrand Russell è stato uno dei filosofi più influenti del '900. L'importanza del suo lavoro non può essere confinata ad un particolare ambito tematico quale la logica matematica o la filosofia del linguaggio. Dotato di una vitalità straordinaria, di una grande curiosità e di un intelletto acutissimo, la sua produzione scientifica è sterminata.

Lo scopo principale di questo profilo è quello di presentare al lettore Bertrand Russell per mezzo di una descrizione di aspetti particolarmente importanti della sua vita e mediante la discussione di alcuni dei contributi più significativi dati da Russell alla logica matematica e alla filosofia.

Seguendo le linee programmatiche di cui sopra, la sezione 2 del profilo si occupa di fornire un resoconto di alcuni degli avvenimenti principali che hanno caratterizzato la vita pubblica e privata di Russell. Da quanto esposto in questa sezione emergono con forza diversi aspetti importanti della personalità poliedrica del nostro autore quali, per esempio, quelli connessi con il suo impegno per la filosofia, per la difesa dei diritti delle donne, per il pacifismo, per l'educazione dei giovani e per la politica.

La terza sezione inizia a trattare di tematiche squisitamente filosofiche, ma ha un carattere puramente introduttivo. Questa sezione è, infatti, interamente dedicata a delineare alcuni importanti elementi caratteristici del dibattito sui fondamenti della matematica di fine '800, dibattito a cui diedero un importante impulso i lavori di Russell in logica matematica culminati nella pubblicazione, fatta assieme ad A. N. Whitehead, dei *Principia Mathematica* nel 1910.

Sulla base del lavoro svolto nella sezione precedente, la sezione 4 si occupa di analizzare alcuni dei problemi sollevati in logica, e all'interno degli studi relativi ai fondamenti della matematica, dal paradosso di Russell e, più in generale, dai paradossi insiemistici, logici e semantici. Uno dei principali oggetti di analisi qui considerati sono le idee di Russell riguardanti le cause dei paradossi e le possibili strategie da adottare al fine di eliminarli.

Nella sezione 5 viene presentata e discussa quella che, per Russell, è la migliore strategia da adottare per l'eliminazione dei paradossi, strategia che diventerà la componente essenziale della sua Teoria dei Tipi Ramificati.

La sezione 6 chiude l'ambito tematico affrontato dalle sezioni 3–5 ed il suo scopo è quello di fare un bilancio di quelli che sono stati i contributi dati da Russell alla logica matematica. In questa sezione vengono, tra le altre cose, prese in considerazione alcune delle osservazioni fatte da Gödel in "Russell's Mathematical Logic".

Nella sezione 7 si affronta il problema relativo a quale sia stato l'apporto dato dalle idee di Russell alla nascita della filosofia analitica. A questo proposito, la diagnosi fatta da Russell circa la causa dei paradossi, la sua dottrina delle descrizioni definite, e la teoria wittgensteiniano-russelliana nota con il nome di 'atomismo logico' vengono tutte viste come applicazioni a problemi specifici di un nuovo modo di fare filosofia al cui centro si trova uno dei paradigmi meglio noti della filosofia analitica, la cosiddetta 'svolta linguistica'.

Mentre la sezione 8 si occupa di presentare la teoria russelliana dei dati di senso seguendone, per sommi capi, le sorti nel dibattito filosofico contemporaneo, l'ultima sezione, la 9, contiene delle considerazioni di fondo che emergono dal profilo.

## 2. VITA

Bertrand Arthur William Russell, terzo conte Russell, nasce a Ravenscroft, Trelleck, Galles nel 1872. Nel febbraio del 1876, orfano di entrambi i genitori, va a vivere a Pembroke Lodge, casa dei nonni paterni. Il nonno, Lord John Russell, uomo politico nella Gran Bretagna a cavallo della metà del 1800, aveva ricoperto per ben due volte la carica di primo ministro (dal 1846 al 1852 e dal 1865 al 1866).

Educato privatamente, l'infanzia e l'adolescenza di Russell sono profondamente influenzate dalla forte personalità della nonna paterna. All'età di 11 anni lo studio degli *Elementi* di Euclide, condotto sotto la guida del fratello Frank, lo colpisce a tal punto da indurlo a decidere, diversi anni dopo, di iscriversi al corso di laurea in matematica presso il Trinity College di Cambridge.

A Cambridge, oltre a coltivare i suoi interessi per la matematica e la filosofia, viene in contatto con alcuni tra i più importanti intellettuali britannici del tempo tra i quali A. N. Whitehead, G. E. Moore, G. Trevelyan e J. M. Keynes. Conclusi brillantemente gli studi a Cambridge conosce e sposa (nel 1894) Alys Pearsall Smith. Nel 1895 viene eletto ad una *fellowship* presso il Trinity College di Cambridge.

Il 1900 è un anno fondamentale nello sviluppo intellettuale di Russell; partecipa al Congresso Internazionale di Filosofia, tenuto quell'anno a Parigi, ed è molto colpito dal rigore mostrato nei loro seminari da G. Peano e dai suoi allievi. Da quel momento in poi, per circa dieci anni, l'interesse per i fondamenti della matematica diventerà preminente nella sua attività di ricerca.

Nel 1901 scopre il paradosso che porta il suo nome e si converte al pacifismo. Nel 1903 pubblica *I Principi della Matematica* e nel 1905 'On Denoting', mentre il 1906 lo vede impegnarsi a favore dell'estensione del diritto di voto alle donne al punto che nel 1907 Russell decide di presentarsi alle elezioni parlamentari in difesa di questa causa. Nel 1908 diventa *fellow* della *Royal Society* (FRS). Nel 1910 pubblica *Principia Mathematica* con A. N. Whitehead e gli viene conferita una *lectureship*, presso il Trinity College di Cambridge, per l'insegnamento della Logica e dei Principi della Matematica. Nel 1912 pubblica *The Problems of Philosophy*, un vero e proprio classico nell'ambito della divulgazione filosofica.

Lo scoppio della Prima Guerra Mondiale lo vede schierato a favore del pacifismo. L'ostilità all'entrata in guerra della Gran Bretagna, però, gli costa cara: nel 1916 i *fellows* del Trinity College di Cambridge lo privano della *lectureship* e nel 1918 trascorre un breve periodo di tempo in prigione durante il quale scrive *Introduction to Mathematical Philosophy*, libro questo che verrà pubblicato nel 1919.

I suoi interessi per la politica lo portano nel 1920 a recarsi in Unione Sovietica, al seguito di una delegazione del Partito Laburista, per osservare i risultati della Rivoluzione Bolscevica. Ne ricava un'impressione fortemente negativa. Fa, poi, un viaggio in Cina dove si ammala e rischia di morire per una grave affezione polmonare; ristabilitosi visita il Giappone e, dopo aver divorziato da Alys Pearsall Smith, nel 1921 sposa in seconde nozze Dora Black che lo rende padre per la prima volta.

Sotto l'influenza di Dora Black, nel 1927 Russell si imbarca in un esperimento pedagogico che consiste nella fondazione di una scuola privata gestita da lui e dalla moglie a Telegraph House, proprietà questa che aveva affittato dal fratello Frank. Dopo essersi separato da

Dora Black, nel 1936 sposa Patricia Spence la quale, qualche anno dopo, gli sarà di grande aiuto nella stesura della *Storia della Filosofia Occidentale*.

Gli anni che vanno dalla fondazione della scuola a Telegraph House fino all'inizio della Seconda Guerra Mondiale vedono grandi cambiamenti nelle convinzioni di Russell circa la disobbedienza civile, la non violenza e il pacifismo. Da un canto, l'osservazione di fenomeni politici internazionali estremamente preoccupanti, quali la conquista del potere da parte dei nazisti in Germania nel 1933 e la conseguente politica espansionista perseguita dal Terzo Reich e, dall'altro, il rendersi conto che anche nella sfera dell'educazione dei giovani un certo uso della forza si rende a volte necessario per impedire e/o correggere comportamenti distruttivi, portano Russell ad abbandonare il pacifismo adottato nel lontano 1901 a favore di un atteggiamento interventista circa la partecipazione o meno della Gran Bretagna alla Seconda Guerra Mondiale. Dopo aver trascorso gran parte degli anni della guerra negli Stati Uniti, nel 1944 Russell accetta l'offerta di una *lectureship* a tempo determinato (cinque anni) presso il Trinity College di Cambridge.

L'immane distruzione e la morte di centinaia di migliaia di esseri umani causate dalle bombe atomiche sganciate su Hiroshima e Nagasaki nel 1945 lasciano un'impressione profondissima in Russell il quale, pochi mesi dopo questi eventi, fa un discorso alla Camera dei Lords in cui prospetta a chiare lettere il pericolo che una guerra termonucleare possa mettere in discussione la sopravvivenza stessa della razza umana.

Spinto dalle crescenti preoccupazioni relative alle conseguenze devastanti di un possibile conflitto in cui venissero usati armamenti atomici, nel 1948 Russell arriva a suggerire pubblicamente che gli Stati Uniti minaccino di fare guerra all'Unione Sovietica al fine di costringere quest'ultima a concordare un patto di non proliferazione nucleare. Nell'agosto del 1949 l'Unione Sovietica fa esplodere la sua prima bomba atomica.

Il 1950 è un anno molto importante per Russell, in quanto la rilevanza dei suoi contributi (scientifici e non) viene universalmente riconosciuta mediante il conferimento del premio Nobel per la letteratura e del prestigioso *Order of Merit* (OM). Nel 1952 sposa Edith Finch. Nel 1955 scrive con Einstein il manifesto pacifista Russell-Einstein e, poi, nel 1958 fonda e diventa primo presidente del *Campaign for Nuclear Disarmament* e del movimento Pugwash. Indignato dagli orrori che hanno luogo nella guerra del Vietnam, nel 1966 fonda, assieme a Jean Paul Sartre, il Tribunale Internazionale per i Crimini di Guerra. Russell muore a Plas Penrhyn, Penrhyndeudraeth, Galles nel 1970.

## 3. I FONDAMENTI DELLA MATEMATICA

È ben noto che uno dei fatti più straordinari nella storia della matematica è stata la trasformazione, ad opera di Newton e Leibniz, di un insieme composito di tecniche utilizzate per il calcolo delle aree (e volumi) di certe figure geometriche e delle tangenti a certe curve in una potentissima teoria oggi nota come analisi matematica. L'importanza di questa teoria non deriva unicamente dal suo ruolo all'interno della matematica, ma risiede anche nella fecondità delle sue applicazioni alle branche più svariate della fisica.

Come accade quasi sempre in occasione di un fatto rivoluzionario, quando ci si accorge della sua occorrenza, anche l'avvento dell'analisi venne salutato dallo scatenarsi di accese polemiche. A questo riguardo bisogna, però, precisare che alcune delle reazioni critiche al grandioso lavoro di Newton e Leibniz furono frutto di osservazioni molto pertinenti riguardanti certi difetti della teoria. Tali difetti erano in parte riconducibili a tecniche di calcolo che coinvolgevano l'utilizzazione di quantità infinitamente piccole, i cosiddetti infinitesimali. Infatti, mentre in alcuni passaggi del calcolo della derivata di una funzione di una variabile reale,[1] per esempio $x^2$, l'infinitesimale veniva considerato diverso da $0$, tant'è che era ammessa la divisione di un numero per un infinitesimale, in altri, invece, l'infinitesimale veniva considerato come uguale a $0$.

Altri difetti importanti dell'analisi di Newton e Leibniz riguardavano la mancanza di rigore nelle tecniche utilizzate per la manipolazione delle serie infinite, la presenza soffocante dell'interpretazione geometrica delle operazioni di derivazione ed integrazione, e l'assenza di una trattazione convincente dal punto di vista logico del fenomeno della continuità e di una teoria accettabile dei numeri irrazionali. A tutti questi problemi relativi ai fondamenti dell'analisi — perché relativi a principi e tecniche basilari sui quali si ergeva l'edificio matematico dell'analisi — venne data una soluzione soddisfacente dalla matematica del 1800 attraverso i contributi, tra gli altri, di Cauchy, Bolzano, Riemann, Dedekind, Cantor e Weierstrass. Questa fu una soluzione che, tra le altre cose, pose l'analisi su fondamenta numeriche anziché geometriche (aritmetizzazione dell'analisi).

È importante notare che i processi di rigorizzazione dell'analisi e di aritmetizzazione della stessa andarono di pari passo. Da un canto l'eliminazione degli infinitesimali e la ridefinizione di concetti fondamentali come quelli di derivabilità, integrabilità e continuità di una funzione in termini di limiti e dall'altro la proposta di definizioni puramente aritmetiche della convergenza di successioni e serie e l'introduzione da parte di Weierstrass e della sua scuola delle cosiddette dimostrazioni $\epsilon, \delta$ (dove $\epsilon$ e $\delta$ sono variabili reali), dimostra-

[1]Si dice che una variabile $x$ è *reale* se assume come valori numeri reali.

zioni che diventarono immediatamente uno dei paradigmi della nuova analisi, marcano chiaramente il procedere parallelo dei due processi.

Una delle conseguenze più importanti dell'aritmetizzazione dell'analisi fu la liberazione dalle costrizioni geometriche a cui erano state soggette le rappresentazioni delle entità studiate da questa branca della matematica. Fu proprio l'emancipazione dell'analisi dalle costrizioni geometriche ciò che, per esempio, rese possibile lo studio logicamente rigoroso di certe funzioni che non sono rappresentabili sul piano. Un esempio tipico di una tale funzione è la cosiddetta funzione di Dirichlet che, definita sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$, associa ad ogni numero razionale lo $0$ e ad ogni numero irrazionale il numero $1$.[2]

Ma sebbene, come conseguenza del lavoro di Cantor, Dedekind e Weiestrass sugli irrazionali, ormai si sapesse che i numeri reali sono riducibili ai razionali e si fosse al corrente, già prima di Cantor, Dedekind e Weierstrass, del fatto che i complessi sono riducibili ai reali (Gauss), che i razionali sono riducibili agli interi e gli interi ai naturali, il fatto scandaloso, per dirla con Frege, fu che al termine del processo trionfale di aritmetizzazione dell'analisi non esistesse ancora alcuna opinione condivisa su cosa fossero i numeri naturali.

La soluzione di questo problema adottata da Frege in *The Foundations of Arithmetic*[3] (apparso nel 1884) — i numeri cardinali sono delle classi di classi[4] — compì un'operazione genuinamente filosofica nel far vedere che le componenti ultime della realtà aritmetica, i numeri naturali, sono insiemi.

[2] Altri esempi, molto più complicati, di funzioni di questo tipo sono quelle funzioni a valori reali definite su un intervallo chiuso di reali $I$ che sono continue ad ogni punto di $I$, ma non sono derivabili a nessun punto di $I$.

[3] Frege[1884].

[4] Qui il termine 'classe' è usato come sinonimo del termine 'insieme'.

A questo proposito, è importante notare che la soluzione fregeana del problema relativo alla natura dei numeri naturali finì per attribuire alla teoria degli insiemi un ruolo fondazionale all'interno del contesto rappresentato dalle teorie matematiche; e che tale ruolo risultò essere del tutto nuovo rispetto a quello inizialmente immaginato per essa dallo stesso Cantor che consisteva nell'estendere l'aritmetica oltre il finito.

Bisogna, inoltre, precisare che l'idea fregeana che i numeri naturali sono insiemi si colloca nel contesto di una riflessione filosofica esplicita e molto sofisticata riguardante la matematica. Secondo Frege: (1) la logica è la scienza del pensiero, ma non dell'atto del pensare (concezione anti-psicologista della logica),[5] (2) l'aritmetica fa parte della logica ed (3) i numeri naturali sono degli oggetti astratti che popolano un mondo platonico che lui chiama il 'terzo regno'.[6] Per quanto, invece, riguarda la geometria questa, contrariamente all'aritmetica, ha bisogno dell'intuizione (in senso kantiano) e, quindi, non può far parte della logica. In particolare, i suoi giudizi (della geometria) sono sintetici, mentre quelli aritmetici sono analitici.[7] Chiamerò la posizione fregeana riguardante il rapporto tra logica e matematica 'logicismo locale' per mettere in evidenza il fatto che, per Frege,

[5] Vedi su questo Frege [1918-1919b].

[6] Vedi Frege [1918-1919b] e Frege [1884].

[7] Nelle citazioni che seguono in questa nota e, più in generale, in tutte le citazioni contenute in questo saggio le espressioni che occorrono tra parentesi quadre sono state aggiunte per rendere la traduzione italiana del testo più facilmente leggibile:

> [L]e leggi dell'aritmetica sono dei giudizi analitici e di conseguenza [dei giudizi] a priori. L'aritmetica diventa quindi semplicemente uno sviluppo della logica ed ogni proposizione dell'aritmetica una legge logica quantunque di tipo derivato. (Frege [1884], Ch. V, §87, p. 99.)

> [G]li assiomi della geometria sono indipendenti [. . . ] dalle leggi primitive della logica e di conseguenza sono [dei giudizi] sintetici. (Frege [1884], Ch. I, §14, p. 21.)

non tutta la matematica fa parte della logica.

Frege non si limitò a dare un contributo alla filosofia della matematica, ma provò anche a giustificare le sue convinzioni filosofiche circa la correttezza del logicismo locale derivando l'aritmetica dalla logica.[8] Malgrado i grandi sforzi compiuti da Frege durante un lungo periodo di tempo, improvvisamente, la derivazione dell'aritmetica dalla logica apparve divenire irrealizzabile a causa della scoperta del paradosso di Russell. Non essendosi più ripreso dal trauma causatogli dal fallimento del progetto di una vita,[9] Frege finì per abbandonare il logicismo dei suoi inizi cercando di dare vita ad un programma di ricerca il cui scopo era quello di fondare l'aritmetica sulla geometria.[10]

Purtroppo, *The Foundations of Arithmetic*, il *Begriffsschrift*[11] (pubblicato nel 1879) in cui Frege pone le basi della moderna logica matematica, ed altri suoi scritti importantissimi i cui contributi vanno ben oltre il tentativo di giustificare il logicismo locale furono pressoché ignorati dalla comunità filosofico-matematica del tempo. Questa situazione ebbe termine soltanto agli inizi del '900 quando Russell cominciò ad interessarsi dei fondamenti della matematica.

Il lavoro di Russell sui fondamenti della matematica, che trova, poi, una compiuta realizzazione nei *Principia Mathematica*, è figlio di una consapevole riflessione sulla natura della matematica condotta da una prospettiva logicista. Ma, diversamente da quanto accadde a Frege, Russell, forte della risposta decisiva data ai paradossi della teoria degli insiemi (e non solo) dalla sua Teoria dei Tipi (vedi le prossime due sezioni), si propose

[8] Vedi Frege [1893-1903].
[9] Vedi Frege [1902].
[10] Su questo vedi Frege [1924-1925].
[11] Vedi Frege [1879].

di far vedere che non solo l'aritmetica, ma la matematica nella sua interezza è parte della logica (logicismo globale).

## 4. I PARADOSSI

Russell, che aveva studiato matematica a Cambridge dal 1890 al 1894, venne 'risvegliato dal suo sonno dogmatico' da Peano al Congresso Internazionale di Filosofia che si tenne a Parigi nel luglio del 1900. Scrive Russell:

> L'anno più importante della mia vita intellettuale fu il 1900, e l'evento più importante nel corso di quell'anno fu la mia partecipazione al Congresso Internazionale di Filosofia che si tenne a Parigi [. . . ] A Parigi nel 1900 venni colpito dal fatto che, in tutte le discussioni che ebbero luogo [al Convegno], Peano e i suoi studenti erano dotati di una precisione che gli altri non avevano. Decisi, quindi, di [chiedere a Peano] di darmi i suoi lavori, cosa che lui fece. Non appena mi impadronii della sua notazione, mi resi conto che questa estendeva la precisione matematica a regioni che erano state abbandonate alla nebulosità filosofica. Basandomi su quanto era stato fatto da lui, inventai una notazione per le relazioni. Fortunatamente, Whitehead fu d'accordo con me circa l'importanza del metodo e in brevissimo tempo risolvemmo assieme problemi relativi alla definizione delle serie, dei numeri cardinali e ordinali e alla riduzione dell'aritmetica alla logica. Per circa un anno ottenemmo una serie di rapidi successi. Gran parte di questo lavoro era già stato fatto da Frege, ma all'inizio non lo sapevamo.[12]

Sfortunatamente la condizione di euforia intellettuale derivante dagli ottimi risultati raggiunti in breve tempo da Russell e Whitehead ebbe improvvisamente termine nel giugno del 1901 quando Russell scoprì il paradosso che porta il suo nome.

Il paradosso di Russell viene generato a partire da un principio, il **Principio di Comprensione Generalizzato** (**PCG**), che sembrò a diversi matematici (incluso Frege) essere intuitivamente vero:

[12]Russell [1944], pp. 12-13.

**Principio 4.1 (di Comprensione Generalizzato)** *Data una qualsiasi proprietà $P$, esiste un insieme $A_P$ (possibilmente vuoto) i cui elementi sono tutte e soltanto quelle cose che hanno la proprietà $P$.*

Assumendo la verità del **PCG**, la versione insiemistica del paradosso di Russell si genera nel modo seguente.

**Paradosso 4.1 (di Russell, Versione Insiemistica)** *Se $R$ è la proprietà di insiemi: $x$ non contiene se stesso come elemento, $x \notin x$, a causa di **PCG** deve esistere l'insieme $A_R$ di tutti (e soltanto) quegli insiemi che non appartengono a se stessi, $A_R = \{x \mid x \notin x\}$. Essendo, però, $A_R$ un insieme, ha senso chiedersi se $A_R$ appartiene a se stesso oppure no. Il paradosso consiste nel fatto che qualunque risposta diamo a questo quesito otteniamo una contraddizione, perché se $A_R \in A_R$ allora $A_R$ dovrà soddisfare la proprieà caratteristica dei suoi elementi e, quindi, avremo che $A_R \notin A_R$, contraddizione; se, invece $A_R \notin A_R$ allora, dal momento che $A_R$ soddisfa la proprietà caratteristica dei suoi elementi, avremo che $A_R \in A_R$, contraddizione.*

È importante notare che la gravità del paradosso di Russell non risiede nel fatto che questo rivela, da un canto, la falsità di **PCG**[13] e, dall'altro, la contraddittorietà della teoria *ingenua*[14] degli insiemi compromettendo, in particolare, la definizione di numero cardinale

[13]Sebbene il paradosso di Russell riveli la falsità di **PCG** esistono dei **Principi di Comprensione Limitati** (**PCL**) che sono tuttora parte integrante di importanti sistemi assiomatici di teoria degli insiemi. Uno dei **PCL** più noti è il cosiddetto **Schema di Separazione** del sistema di teoria degli insiemi ZFC (Zermelo-Fraenkel *with* Choice) che occorre in questo articolo alla nota n. 46 come **Assioma 6.1**.

[14]Qui il termine 'ingenuo' sta per 'non assiomatico'. La teoria degli insiemi formulata da Cantor, che fu quella con cui venne inizialmente in contatto Russell, non era stata da lui basata su di un sistema di assiomi. Era una teoria informale come lo era stata per migliaia di anni l'aritmetica prima dei contributi di Dedekind e Peano.

data da Frege. Questi risultati, infatti, erano già stati ottenuti da Burali-Forti[15] il quale, lavorando sulla teoria ingenua degli insiemi di Cantor, aveva scoperto, e pubblicato nel 1897 sui *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, il paradosso che porta il suo nome.[16] A questo va aggiunta la considerazione che la distinzione operata da Cantor, nella sua lettera a Dedekind del 1899, tra molteplicità incoerenti — che non sono pensabili come insiemi[17] — e molteplicità coerenti o insiemi,[18] mostra che anche per Cantor, per lo meno a partire dal 1899, il **Principio di Comprensione Generalizzato**, implicito nella seguente definizione di insieme da lui data in Cantor [1895-1897], doveva essere falso:

> Per "aggregato" (*Menge*) dobbiamo intendere una qualsiasi collezione in un tutto (*Zusammenfassung zu einem ganzen*) M di oggetti definiti e separabili m della nostra intuizione o del nostro pensiero. Questi oggetti sono chiamati gli "elementi" di M.[19]

L'importanza e la novità del paradosso di Russell risiedono in realtà nel fatto, già noto a Russell,[20] che, potendo il suo paradosso essere espresso in termini puramente logici (nella formulazione si fa uso soltanto di concetti che cadono o non cadono sotto se stessi), questo non mette in discussione soltanto una teoria matematica, comunque importante, quale la

---

[15] Vedi Burali-Forti [1897] e Burali-Forti [1897a].

**Paradosso 4.2 (di Burali-Forti)** *In teoria ingenua degli insiemi l'insieme di tutti gli ordinali On esiste ed è bene ordinato. Questo implica che On deve avere un numero ordinale $\overline{On}$ che è non solo un elemento di On, ma è anche più grande di ogni elemento di On e, quindi, di se stesso.*

Anche il paradosso di Burali-Forti, di natura molto più tecnica rispetto a quello di Russell, dipende dall'uso del **PCG** in quanto presuppone che alla proprietà '$x$ è un ordinale' corrisponda un insieme On $= \{x \mid x$ è un ordinale$\}$. Nel sistema ZFC On non è un insieme e, quindi, il paradosso di Burali-Forti non può essere generato.

[16] Come risulta chiaramente dalla sua lettera a Dedekind del 1899 (vedi Cantor [1899]), lo stesso Cantor era al corrente dell'esistenza di paradossi della teoria degli insiemi prima che Russell scoprisse il suo.

[17] Esempi di molteplicità incoerenti sono: la molteplicità di tutti i numeri ordinali o quella di tutti i numeri cardinali o quella di tutti gli insiemi.

[18] Esempi di molteplicità coerenti sono: la molteplicità dei numeri naturali o quella dei reali.

[19] Cantor [1895-1897], §1, p. 85.

[20] Come risulta chiaramente dalla sua lettera a Frege del 1902 (Russell [1902]).

teoria degli insiemi di Cantor, ma finisce per minacciare direttamente la coerenza dello stesso pensiero per tutti coloro i quali, come Russell nel pieno della sua fase logicista, condividono la concezione fregeana della logica come scienza del pensiero (vedi fine §3). La versione puramente logica del paradosso di Russell si ottiene nel modo seguente.

**Paradosso 4.3 (di Russell, Versione Logica)** *Dato un concetto $C$ ha senso chiedersi se $C$ è applicabile a se stesso oppure no. Per esempio, se consideriamo il seguente concetto, che chiamiamo '$C_{-1500}$': essere definibile con meno di $1500$ parole della lingua italiana, allora abbiamo che $C_{-1500}$ cade sotto il concetto $C_{-1500}$. Ma se '$C_{1500}$' è, invece, il nome del concetto: essere definibile con non meno di $1500$ parole della lingua italiana, abbiamo che è falso dire che $C_{1500}$ cade sotto il concetto $C_{1500}$. A questo punto, se chiamiamo 'Russelliani' tutti e soltanto quei concetti $C$ che non cadono sotto se stessi, chiediamoci se il concetto 'essere Russelliano' è Russelliano oppure no. Ancora una volta otteniamo una contraddizione qualunque sia la nostra risposta, come è mostrato dalle seguenti considerazioni. Sia R il concetto 'essere Russelliano'. Se R cade sotto se stesso ne segue che R è Russelliano e, quindi, che R non cade sotto se stesso, contraddizione; vice versa, se R non cade sotto se stesso allora R è Russelliano e, quindi, cade sotto se stesso, contraddizione.*

La reazione di Russell ai paradossi fu ammirevole e, per molti versi, esemplare. Invece di guardare ai paradossi come ad un fatto tragico, ma ineluttabile, con cui bisogna imparare a convivere, Russell in breve tempo produsse una serie di strategie atte ad evitare i paradossi.

È interessante notare che, malgrado la preferenza accordata da Russell ad una di queste ad esclusione delle altre, ciascuna delle tre strategie da lui inizialmente delineate si è in seguito rivelata essere produttiva. Un altro punto su cui vale la pena soffermarsi è che, in mancanza di una diagnosi convincente relativa alla causa dei paradossi, paradossi che, per Russell, includevano anche quello del *mentitore*,[21] ciò che tutte e tre le strategie escogitate da Russell si propongono di fare è dare una risposta, che potremmo chiamare 'sintomatica', ai paradossi per mezzo di una limitazione dell'ormai famigerato **Principio di Comprensione Generalizzato**.

Queste strategie, che descriveremo brevemente in quanto segue, apparse in Russell [1907], sono:

1. la strategia zig-zag, secondo la quale, data una funzione proposizionale $P(x)$,[22] questa determina l'esistenza di un insieme $A_{P(x)}$ i cui elementi sono tutte e soltanto quelle $a$ tali che $P(a)$ se e solo se $P(x)$ è *semplice*;

2. la strategia della limitazione della grandezza, secondo la quale, una molteplicità $A$ è un insieme se e solo se $A$ non è *molto grande*;

3. la strategia rappresentata dalla cosiddetta *no class theory*, secondo la quale gli insiemi (o classi) non esistono e, nella migliore delle ipotesi, sono da considerarsi come una mera *façon de parler*.

[21]

**Paradosso 4.4 (del Mentitore o l'Epimenide)** *Il paradosso consiste nel fatto che l'asserzione 'Questa proposizione è falsa' è vera se e solo se è falsa.*

[22] Una *funzione proposizionale* è un'espressione del tipo $P(x)$ tale che se sostituiamo in essa il nome di un elemento del nostro dominio del discorso al posto della $x$ otteniamo una proposizione vera o falsa.

Naturalmente, uno dei problemi più importanti e preliminari, per quanto riguarda il significato e la realizzabilità delle strategie 1 e 2, è chiarire che cosa si debba intendere per funzione proposizionale semplice e per molteplicità molto grande. A questo proposito, una proposta che in seguito si è rivelata essere molto influente circa l'interpretazione di funzione proposizionale semplice è stata quella di Quine che ha suggerito il concetto di formula stratificata, concetto questo che sta alla base del suo sistema noto come *New Foundations* (NF).[23]

L'interpretazione di 'molteplicità molto grande', che è, poi, diventata parte integrante della dottrina sulla limitazione della grandezza (delle molteplicità) implementata da Zermelo ed altri nell'attuale sistema assiomatico di teoria degli insiemi ZFC (vedi nota 13), è quella secondo la quale una molteplicità è molto grande se e solo se ha lo stesso numero di elementi dell'universo di tutti gli insiemi, universo di tutti gli insiemi al quale ci si riferisce solitamente per mezzo del simbolo 'V'. (Un'idea di questo tipo è sviluppata in (von Neumann, 1925).)

La riflessione sui paradossi condusse Russell a produrre una diagnosi relativa alle loro cause. Secondo tale diagnosi, è l'autoriferimento che, mediante la formazione di circoli viziosi, innesca i paradossi. Questo emerge chiaramente dalla seguente analisi russelliana del paradosso del *mentitore*: il circolo vizioso associato all'espressione 'Questa proposizione è falsa', circolo vizioso che scatena l'*Epimenide*, è prodotto dal considerare la

[23]Una formula ben formata $\phi$ appartenente al linguaggio di NF è stratificata se e solo se possiamo assegnare degli indici (tipi) ai suoi termini in modo tale che per ogni occorrenza del simbolo $\in$ in $\phi$ il termine a sinistra di $\in$ abbia un indice, espresso mediante un numero naturale, che è il predecessore immediato dell'indice assegnato al termine che si trova alla destra di $\in$. Inoltre, l'operazione di assegnazione dei tipi ai termini di $\phi$ deve essere eseguita uniformemente e se in $\phi$ occorre un termine d'astrazione quale $\{x \mid P(x)\}$ l'indice che va assegnato a questo termine deve essere superiore di 1 rispetto all'indice assegnato alla $x$.

funzione proposizionale '$x$ è falsa' come uno dei suoi argomenti possibili.

Considerazioni molto simili appaiono essere applicabili al paradosso di Russell. Infatti, se scriviamo $R = \{x \mid x \notin x\}$, da un canto utilizziamo il **PCG** applicandolo alla relazione binaria $x \notin x$, ma dall'altro presupponiamo anche che abbia senso fare asserzioni del tipo $x \in x$ (e, quindi, anche $\neg\ x \in x$) in cui vi sono degli elementi di $x$ ($x$ stesso) per parlare dei quali abbiamo bisogno di postulare tutta la totalià $x$ di cui questi fanno parte (circolarità).

Data l'analisi dei paradossi fatta da Russell, non è sorprendente che il principio ispiratore da lui individuato per la loro eliminazione sia diventato universalmente noto come il **Principio del Circolo Vizioso**:

**Principio 4.2 (del Circolo Vizioso (PCV1))** *Qualunque cosa abbia a che fare con la* totalità *di una collezione non deve essere un elemento della collezione.*[24]

## 5. La Teoria dei Tipi

La terapia implementata da Russell al fine di eliminare i paradossi è nota con il nome di 'Teoria dei Tipi'. Tale teoria, descritta in varie pubblicazioni tra le quali Russell [1903], Russell [1908] e il primo volume di Whitehead e Russell [1910], considera gli insiemi soltanto come un'utile finzione e si occupa di regimentare le proposizioni e, quindi, le funzioni proposizionali, nello spirito del **Principio del Circolo Vizioso** al fine di rendere impossibile la formazione dei paradossi. In quanto segue ci limiteremo ad esporre gli elementi fondamentali della Teoria dei Tipi in relazione alle funzioni proposizionali.

[24] Russell [1908], §I, p. 155.

Una delle caratteristiche essenziali della Teoria dei Tipi è che non esiste un dominio unico V, o universo, su cui si possa quantificare. In Teoria dei Tipi si sostituisce al posto di V una successione infinita di tipi $\mathcal{T}_0, \mathcal{T}_1, \ldots$ la quale opera una restrizione sui quantificatori $\forall$ e $\exists$, restrizione che consente di quantificare soltanto su variabili di un certo tipo. Da ciò segue che formule quali $\forall x(I(x) \rightarrow x \in A)$ — in cui non si opera alcuna restrizione circa il tipo della variabile quantificata $x$ — non sono più ben formate e che, quindi, espressioni quali '$A$ è l'insieme di tutti gli insiemi'[25] e '$R$ è l'insieme di tutti gli insiemi che non contengono se stessi come elemento'[26] non sono più grammaticalmente corrette neanche loro. Una conseguenza immediata di una tale regimentazione (semplice) di V in tipi $\mathcal{T}_0, \mathcal{T}_1, \ldots$ è che questa risulta essere sufficiente a rendere impossibile la formazione di paradossi quali quello di Russell e quello di Cantor.

Secondo Russell, al tipo più basso, $\mathcal{T}_0$, appartengono gli *individui*. Gli individui sono i termini, per esempio $0$ e $\pi$, che compaiono in proposizioni elementari[27] quali $0 = \pi$. Come dicono Whitehead e Russell nei *Principia*, gli individui non sono né proposizioni né funzioni proposizionali ed è proprio questa loro caratteristica che ci consente di trattarli come elementi di una totalità[28]

[25] $(I(A) \wedge \forall x(I(x) \rightarrow x \in A))$, dove $I(x)$ significa '$x$ è un insieme'.

[26] $(I(R) \wedge \forall x((I(x) \wedge x \notin x) \rightarrow x \in R))$.

[27] Le proposizioni elementari sono quelle proposizioni in cui non occorrono variabili quantificate.

[28]

> [N]oi useremo lettere quali $a, b, c, x, y, z, w$, per denotare oggetti che non sono né proposizioni né funzioni. Chiameremo tali oggetti *individui*. Tali oggetti saranno costituenti di proposizioni o di funzioni, e saranno dei costituenti *genuini*, nel senso che questi non scompaiono quando si effettua un'analisi [logica delle proposizioni e delle funzioni], come (per esempio) succede alle classi, o a frasi aventi la forma "il così-e-così". (Whitehead e Russell [1910], Introduzione, Capitolo II, §V, p. 51.)

Infatti, sia $P(x, y)$ una funzione proposizionale tale che $x$ e $y$ sono delle variabili individuali. Se noi quantifichiamo la $x$ che occorre in $P(x, y)$, per esempio ottenendo $\forall x\, P(x, y)$, abbiamo una funzione proposizionale (di $y$). Ora, dal momento che gli individui non sono né proposizioni né funzioni proposizionali, ne segue che $\forall x\, P(x, y)$, essendo una funzione proposizionale di $y$, non può essere un individuo e che, quindi, possiamo pensare $\mathcal{T}_0$ come una totalità senza che ci sia il pericolo della formazione di paradossi basati sull'auto-riferimento.

Una caratteristica importante degli individui è che sono da considerarsi come delle entità semplici dal punto di vista logico (non sono complessi come lo sono, invece, le proposizioni) e un'altra è che, per poter fare matematica, ce ne devono essere almeno tanti quanti sono i numeri naturali. Ciò che, invece, esprimiamo mediante il simbolo '$=$', che occorre nella proposizione elementare $0 = \pi$ di cui sopra, non è un termine, ma una relazione tra due termini.

Al tipo $\mathcal{T}_1$ appartengono funzioni proposizionali quali $x^0 = \pi$ (funzione proposizionale di $x^0$) in cui la variabile libera, o 'reale' nella terminologia russelliana, $x^0$ assume individui come valori.[29]

Al tipo $\mathcal{T}_2$ appartengono le funzioni proposizionali che hanno come argomenti funzioni proposizionali di tipo $\mathcal{T}_1$, ecc.

≪Ma≫, come dicono Whitehead e Russell, ≪la gerarchia che deve essere costruita non è così semplice come può apparire a prima vista.≫'[30] Per renderci conto di questo fatto, dobbiamo considerare che, se le cose riguardanti la gerarchia dei tipi stessero come

[29] L'indice posto in alto a destra della variabile mostra di che tipo è l'entità che è valore della variabile.

[30] Whitehead e Russell [1910], I volume, Introduction, Ch. II, §V, p. 48.

abbiamo finora detto, avremmo che se $P(x^i)$ fosse una funzione proposizionale di $x^i$ allora dovrebbe anche esserlo $\forall P P(x^i)$. Ma quest'ultimo fatto violerebbe il **Principio del Circolo Vizioso** in quanto, per definire la funzione proposizionale $\forall P P(x^i)$, dobbiamo presupporre la totalità delle funzioni proposizionali di $x^i$ di cui, però, $\forall P P(x^i)$ è un elemento. Allora, per evitare situazioni simili a quella appena descritta, le quali sono, tra l'altro, alla radice di paradossi come quello del *mentitore*, bisogna applicare a ciascun tipo diverso da $\mathcal{T}_0$ lo stesso approccio riservato a V. In altre parole, sebbene il tipo $\mathcal{T}_0$ sia concepibile come una totalità, non è così, però, per i tipi $\mathcal{T}_i$, tali che $0 < i$. A questo proposito, possiamo vedere come stanno le cose per quanto riguarda il tipo $\mathcal{T}_1$.

Come già sappiamo, per Russell, le funzioni proposizionali di individui non sono pensabili come una totalità e, cioè, come elementi di un unico dominio $\mathrm{V}_1 = \mathcal{T}_1$. Le funzioni proposizionali di individui sono, piuttosto, a loro volta regimentate in una gerarchia infinita di ordini. Questa è una gerarchia all'interno della quale possiamo distinguere tra funzioni proposizionali (di individui) del *primo ordine* come, per esempio, $\forall y^0\, P(x^0, y^0)$, le quali presuppongono soltanto la totalità degli individui, come è mostrato dal fatto che in queste funzioni proposizionali si quantifica soltanto su variabili individuali; funzioni proposizionali (di individui) del *secondo ordine* come, per esempio, $\forall Q^1\, Q^1(x^0)$, le quali presuppongono soltanto la totalità degli individui e delle funzioni proposizionali (di individui) del primo ordine e ammettono, quindi, soltanto la quantificazione su variabili i cui valori sono funzioni proposizionali (di individui) del primo ordine e variabili individuali; ecc.

Se estendiamo in modo ovvio queste considerazioni ad ogni tipo $\mathcal{T}_i$, per $1 \leq i$, se ne ricava che una delle conseguenze di un'eventuale implementazione della Teoria dei Tipi di Russell sarebbe che, in questo caso, la quantificazione non solo verrebbe ristretta, come abbiamo già visto, ad entità di un certo tipo, ma verrebbe in realtà esclusivamente confinata a variabili che prendono come valori entità di un dato tipo aventi un certo ordine $n$.

Inoltre, dato che l'ordine, per esempio, della funzione proposizionale

$$\forall y^i Q(x^i, y^i)$$

è maggiore di uno rispetto all'ordine della variabile quantificata $y^i$ — perché $\forall y^i Q(x^i, y^i)$ presuppone la totalità delle $y^i$, ma non può far parte di questa totalità in osservanza del **Principio del Circolo Vizioso** — non possono esservi più espressioni, come quella che innesca il paradosso del *mentitore*, in cui l'argomento di una certa funzione proposizionale $Q(x)$ — e cioè il valore che andiamo a sostituire al posto della $x$ in $Q(x)$ per ottenere una proposizione — è la funzione proposizionale stessa. Come dice Russell:

> Quindi quando un uomo dice 'Sto mentendo', dobbiamo interpretarlo come se dicesse: 'C'è una proposizione di ordine $n$ che asserisco e che è falsa'. Questa è una proposizione di ordine $n + 1$; quindi l'uomo non sta asserendo nessuna proposizione di ordine $n$; quindi la sua asserzione è falsa, ma la sua falsità non implica, come la falsità di 'Sto mentendo' sembrò implicare, che stia facendo un'asserzione vera. Questo risolve Il Mentitore.[31]

Il **Principio del Circolo Vizioso** formulato alla fine della §4 è, dunque, presente nella Teoria dei Tipi di Russell, teoria anche nota come Teoria dei Tipi Ramificati (**TTR**), perché questi ultimi (tranne $\mathcal{T}_0$), come abbiamo già visto, si *ramificano* in ordini. Ma, dal

[31] Russell [1908], §IV, p. 166.

momento che **TTR** è una teoria senza classi, la formulazione del **Principio del Circolo Vizioso** che viene implementata in essa non è il **PCV1**, ma la seguente:

**Principio 5.3 (del Circolo Vizioso (PCV2))** *Qualunque cosa contenga una variabile apparente*[32] *non deve essere un valore possibile di quella variabile.*[33]

Malgrado il tentativo di eliminare i paradossi conosciuti per mezzo di **TTR** sia stato coronato da un pieno successo, è noto che se le prescrizioni metodologiche di **TTR** si dovessero adottare nella pratica matematica corrente queste condurrebbero inevitabilmente, da un canto, a mutilazioni inaccettabili della matematica classica e, dall'altro, ad un'implausibile moltiplicazione di enti.

Per quanto riguarda le mutilazioni della matematica classica, basti dire che le definizioni standard di concetti importantissimi quali, per esempio, quello di estremo superiore[34] e di uguaglianza (non tra insiemi), e di principi fondamentali come quello d'induzione non sono accettabili in **TTR**; mentre un esempio eclatante di un'implausibile moltiplicazione di enti matematici è dato dal fatto che se si accetta **TTR** bisogna anche ammettere l'esistenza di numeri naturali di infiniti ordini diversi e, quindi, di numeri reali di infiniti ordini diversi, ecc.[35]

Russell, cosciente della presenza di tali problemi, fu costretto ad introdurre un principio *ad hoc*, l'**Assioma di Riducibilità**,[36] per la risoluzione di alcuni di questi. Ma, mal-

[32]Quello che Russell intende per 'variabile apparente' coincide con ciò che si intende per 'variabile vincolata' in logica contemporanea.

[33]Russell [1908], §IV, p. 163.

[34]Tra le applicazioni più importanti fatte in analisi del concetto di estremo superiore menzioniamo il fatto che l'intera teoria di Dedekind sulla continuità dei reali è basata su questo concetto.

[35]Su questi ed altri problemi connessi con **TTR** vedi: Casari [1972], Parte seconda, capitolo decimo, pp. 141-154; Fraenkel, Bar-Hillel, e Levy [1973], chapter III, §5, pp. 171-175; Hatcher [1978], capitolo 4, pp. 176-226.

[36]

grado le lunghe discussioni dedicate a giustificare l'accettazione di questo principio,[37] l'**Assioma di Riducibilità** venne attaccato con successo da diversi matematici e non convinse mai del tutto lo stesso Russell.

## 6. Alcune osservazioni sulla logica di Russell

Sebbene gran parte del lavoro dei *Principia* concernente la deduzione dell'aritmetica dalla logica fosse già stato anticipato da Frege e la regimentazione logica delle relazioni fosse stata studiata da Schröder e da Peirce prima che se ne occupasse Russell, i *Principia* presentano almeno tre novità importanti rispetto a quanto era noto in precedenza.

La prima di queste è di carattere filosofico, e consiste nel fatto che ciò che Russell e Whitehead si propongono di ottenere nei *Principia* non è semplicemente la dimostrazione della deducibilità dell'aritmetica dalla logica (logicismo locale, vedi fine §3, in particolare, la nota 7) — cosa di cui Frege si era già occupato in Frege [1893-1903] — ma una vera e propria riduzione di tutta la matematica alla logica (logicismo globale). Che il Russell dei *Principia* fosse uno strenuo difensore della posizione filosofica che ho chiamato 'logicismo globale' risulta chiaramente da molti testi, ma forse uno dei più chiari e compatti è il seguente, che proviene dall'introduzione alla seconda edizione de *I Principi della Matematica*, introduzione scritta da Russell nel 1937:

---

**Assioma 5.1 (di Riducibilità)** *[D]ata una qualsiasi funzione $\phi\hat{x}$, esiste una funzione* predicativa *formalmente equivalente ad essa. [Whitehead e Russell [1910], Introduzione, Capitolo II, §VI, p. 56.]*

Dal momento che la comprensione di questo assioma presuppone la definizione di diverse nozioni tecniche (con relative spiegazioni del loro significato), si rinvia il lettore interessato alle rilevanti sezioni del capitolo secondo dell'introduzione dei *Principia Mathematica* e, in particolare, alla §VI.

[37] Su questo vedi: Russell [1908], §V, pp. 167-168; e Whitehead e Russell [1910], I vol., Introduction, Ch. II, §§VI e VII, pp. 55-60.

> La tesi fondamentale dell'opera [*I Principi della Matematica*], che la matematica e la logica siano identiche, è una tesi che **io non ebbi finora ragione di modificare**. (Russell [1903], Introduzione alla seconda edizione, p. 13. Il grassetto nella citazione è stato inserito da me.)

La seconda novità è che nei *Principia* Russell e Whitehead adottano una notazione — derivata in gran parte da Peano — che risulta essere superiore non solo alla difficile notazione logica bidimensionale usata da Frege, ma anche a quelle impiegate da Schröder e da Peirce.

La terza novità, che è quella sulla quale ci soffermeremo di più in questa sezione, è rappresentata dalla formulazione e implementazione della Teoria dei Tipi nel sistema dei *Principia*, Teoria dei Tipi che, come abbiamo già visto nella sezione precedente, offre un formidabile baluardo contro l'insorgenza dei paradossi noti.

Per quanto riguarda il logicismo globale di Russell, è noto che il lavoro fatto nei *Principia* non è stato in grado di giustificarne la correttezza. Il motivo principale di questo insuccesso è che, nel loro tentativo di riduzione della matematica alla logica, Russell e Whitehead si avvalgono di tre principi — l'**Assioma di Riducibilità**, l'**Assioma della Scelta** e l'**Assioma dell'Infinito** — il cui carattere logico risulta essere piuttosto dubbio. In secondo luogo, il famoso articolo pubblicato da Gödel nel 1931 (vedi Gödel [1931]) assesta un colpo mortale al tentativo fatto nei *Principia* di giustificare il logicismo globale, perché se esiste una proposizione matematica vera $G$ che non è dimostrabile all'interno del sistema dei *Principia* (primo teorema d'incompletezza di Gödel) ne segue che tale sistema non è in grado di far vedere che $G$ è una proposizione appartenente alla logica e, di conseguenza, non è in grado di far vedere che (tutta) la matematica è parte della logica. A queste considerazioni va aggiunto che il primo teorema d'incompletezza di Gödel non rivela soltanto l'inadeguatezza del tentativo presente nei *Principia* di giustificare il logicismo globale, ma risulta anche utile a mostrare l'impossibilità di realizzare il programma fregeano di giustificazione del logicismo locale presente nei *Grundgesetze der Arithmetik* in quanto il teorema è applicabile a tutti quei sistemi formali dell'aritmetica che soddisfano le sue ipotesi. Il logicismo, però, non è defunto assieme al fallimento dei *Principia*. In anni recenti si è, infatti, assistito al tentativo messo in opera da C. Wright[38] ed altri di difendere un logicismo locale di tipo fregeano.

Sulla seconda novità introdotta nei *Principia* c'è poco da dire. È sotto gli occhi di tutti il grande debito che l'attuale notazione utilizzata in logica e teoria degli insiemi ha nei confronti del linguaggio dei *Principia* sopratutto se la si confronta con la Babele dei linguaggi matematici che ha preceduto la pubblicazione del lavoro di Whitehead e Russell.

Per quanto, invece, riguarda la terza novità dei *Principia*, e cioè l'adozione della Teoria dei Tipi, dobbiamo prestare attenzione a due cose molto importanti. La prima è che, nonostante il fatto che la comunità matematica non abbia accettato, a ragion veduta (vedi nota 35), la **TTR** di Russell come elemento imprescindibile di una teoria che stabilisca la matematica su fondamenta solide, l'intuizione russelliana circa la rilevanza fondazionale (dal punto di vista matematico) di una gerarchia di tipi è profondissima. Il concetto di gerarchia di tipi, sebbene in un'accezione e con delle caratteristiche molto diverse da quelle proposte inizialmente da Russell, gioca un ruolo centrale negli studi contemporanei sui fondamenti della matematica. Per rendersi conto di questo fatto, basti considerare che tale concetto è alla base della individuazione di una famiglia di modelli — tra i quali vanno

[38] Vedi Wright [1983].

ricordati V, il cosiddetto universo di von Neumann,[39] e L, l'universo gödeliano degli insiemi costruibili[40] — del migliore sistema fondazionale attualmente disponibile, sistema fondazionale rappresentato dalla versione di ZFC che fa uso della logica dei predicati del primo ordine.[41]

La seconda è che anche l'idea di una matematica fatta nella piena osservanza del **Principio del Circolo Vizioso**, il cosiddetto 'predicativismo matematico', ha avuto un certo successo. A questo proposito è sufficiente menzionare il classico lavoro di Hermann Weyl su una possibile fondazione predicativista dell'analisi.[42]

Sebbene, come abbiamo già osservato, alcune intuizioni di Russell si siano dimostrate essere molto fruttuose all'interno degli studi contemporanei sui fondamenti della matematica, bisogna anche dire che uno degli elementi cardine della sua teoria dei paradossi, e cioè che questi dipendono dall'auto-riferimento e, quindi, da una violazione del **Principio del Circolo Vizioso**, è stato messo in discussione.

Aquesto proposito, secondo Gödel, l'unica formulazione del **Principio del Circolo Vizioso** in grado di eliminare le definizioni impredicative è la seguente:

[39] L'universo di von Neumann V è definito dalle seguenti equazioni, qui *On* sta per la classe propria dei numeri ordinali (le classi proprie non sono insiemi):

$$V_0 = \emptyset \tag{1}$$
$$V_{\alpha+1} = \mathcal{P}(V_\alpha) \tag{2}$$
$$V_\beta = \bigcup_{\alpha<\beta} V_\alpha \quad \text{se } \beta \text{ è un ordinale limite} \tag{3}$$
$$V = \bigcup_{\alpha\in On} V_\alpha \tag{4}$$

Sui modelli di ZFC vedi Jech [2002], Part I, ch. 12, pp. 155-172.

[40] Su L vedi Jech [2002], Part II, ch. 13, pp. 175-200.

[41] Anche nell'importante distinzione che si opera in logica tra logica dei predicati del primo, secondo, ecc. ordine l'influenza delle idee di Russell è evidentissima.

[42] Vedi Weyl [1918].

**Principio 6.4 (del Circolo Vizioso (PCV3))** *[N]essuna totalità può contenere degli elementi che sono definibili soltanto in termini di questa totalità.*[43]

Ma il fatto che gran parte della matematica classica non sia accettabile alla luce di **PCV3** mostra, secondo lui, che **PCV3** è falso, e non, piuttosto, che lo sia quella parte della matematica classica che non è compatibile con **PCV3**.

In secondo luogo, continua Gödel, se abbiamo un atteggiamento realista nei confronti della matematica, e cioè se per noi le entità matematiche esistono indipendentemente dalla nostra abilità di conoscerle/costruirle,

> [N]on c'è niente di minimamente assurdo [nel credere] nell'esistenza di totalità che contengono degli elementi che possono essere descritti (e cioè unicamente caratterizzati) soltanto per mezzo [della possibilità di] fare riferimento a questa totalità. [Gödel [1944], p. 136.][44]

Non così, per Gödel, stanno le cose per quanto riguarda l'anti-realista/costruttivista, perché:

> [Nel caso in cui le entità coinvolte sono costruite da noi] [D]eve chiaramente esistere una definizione (cioè la descrizione della costruzione) che non faccia riferimento ad una totalità alla quale l'oggetto definito appartiene, in quanto la costruzione di una cosa non può certamente essere basata su una totalità di cose a cui la cosa che deve essere costruita appartiene.[45]

Quanto asserito da Gödel può essere spiegato dal fatto che, se siamo anti-realisti per quanto riguarda la matematica allora, dal momento che la costruzione di una totalità $T$ non può precedere la costruzione dei suoi elementi, ne segue che la costruzione di un'entità $a$ non può essere basata sulla costruzione di una totalità di cose $A$ alla quale $a$ appartiene.

[43] Gödel [1944], p. 133.

[44] Si dice che un oggetto $a$ è descritto da una funzione proposizionale $\varphi(x)$ se $\varphi(x)$ è vera solo per $x = a$ e per nessun altro oggetto.

[45] Gödel [1944], p. 136.

Inoltre, c'è da aggiungere alle osservazioni di Gödel appena esaminate che l'esistenza di sistemi fondazionali impredicativi adeguati[46] mostra che la presenza di autoriferimento e, quindi, di eventuali violazioni di **PCV1** o di **PCV2** o di **PCV3**, non è una condizione sufficiente per la formazione dei paradossi noti.

## 7. Sulla nascita della filosofia analitica

Per quanto riguarda l'importanza dei contributi dati da Russell ad ambiti diversi dalla logica matematica e dalla filosofia della matematica, è, per esempio, noto come lui, assieme a G. Frege e G. E. Moore, sia stato uno dei padri fondatori di quella importantissima scuola filosofica del '900 nota con il nome di 'filosofia analitica'.

Questa sezione si propone di far vedere come alcune delle idee prodotte da Russell al fine di risolvere tre dei problemi per lui (all'epoca) più rilevanti abbiano finito per assumere, ad opera dello stesso Russell e di tanti altri, una valenza metodologica tale da indicare un nuovo modo di fare filosofia. Questi problemi sono:

1. quali sono le cause dei paradossi della teoria degli insiemi e di quelli semantici?

2. qual è il modo corretto di trattare le descrizioni definite?

---

[46] Vedi, a questo proposito, il sistema assiomatico di teoria degli insiemi ZFC (del primo ordine). L'impredicatività di ZFC (del primo ordine) è evidente se consideriamo l'impredicatività di uno dei suoi schemi di assioma principali, quello di separazione:

**Assioma 6.2 (Schema di Separazione)** *Per ogni insieme $I$, se $P(x)$ è una funzione proposizionale ben definita, esiste un insieme $S$ i cui elementi sono tutti e soltanto quegli elementi $a$ di $I$ tali che $P(a)$ è vera.*

L'impredicatività presente nello **Schema di Separazione** è generata dall'uso dell'espressione 'Per ogni insieme $I$.' Infatti, questa espressione fa appello all'esistenza di una totalità di cui $S$ è un elemento, totalità che viene utilizzata per definire $S$. Il sistema di assiomi ZFC (del primo ordine) è adeguato nel senso che, corredato dalla ormai tradizionale gerarchia tarskiana dei linguaggi, da un canto, bandisce i paradossi noti e, dall'altro, fornisce un'ottima fondazione per la matematica classica.

3. quali sono le entità semplici/primitive a partire dalle quali è possibile effettuare la costruzione logica del mondo?

È opportuno ritornare per un attimo a Frege, perché il contesto rilevante all'apporto dato da Russell alla discussione del primo di questi problemi emerga in tutta chiarezza. Dal momento che il Frege logicista crede in un regno di entità astratte che esistono indipendentemente dall'essere pensate, questi ha l'obbligo di fornire una spiegazione plausibile del come un'entità concreta (l'uomo) possa avere accesso ad entità astratte. La risposta data da Frege a quella che possiamo chiamare la 'questione dell'accesso' è per molti versi esemplare e passa attraverso l'idea che l'accesso alle entità astratte, e quindi in particolare ai numeri, è garantito dall'esistenza del linguaggio.

Secondo Frege, il significato di un termine può essere dato soltanto nel contesto di una proposizione (**Principio del Contesto**).[47] In particolare, quando si tratta di un termine denotante come '1', il contesto appropriato è quello rappresentato da una proposizione che esprima un criterio d'identità per il numero $1$ e cioè un criterio che consenta di distinguere non solo tra il numero $1$ e qualunque altro numero naturale (questa è la funzione del **Principio di Hume**[48]), ma anche tra il numero $1$ e qualunque altro oggetto.[49]

[47]

**Principio 7.5 (del Contesto)** *[M]ai chiedersi quale sia il significato di una parola considerando questa come un'entità a se stante, ma soltanto nel contesto di una proposizione. (Frege [1884], Introduzione, p. X.)*

[48]

**Principio 7.6 (di Hume)** *Il numero delle cose aventi la proprietà F è uguale al numero delle cose aventi la proprietà G se e solo se gli insiemi $\{x \mid F(x)\}$ e $\{y \mid G(y)\}$ possono essere posti in corrispondenza biunivoca.*

[49] Il lettore farà bene ad osservare che il fatto che si sia in possesso di un criterio d'identità per certe entità, per esempio, per i numeri razionali, non implica che debba esistere una procedura generale che in

Se quello che abbiamo appena descritto può essere considerato come l'atto di nascita della cosiddetta 'svolta linguistica'[50] — uno dei principi cardine della filosofia analitica — proviamo adesso a vedere come le idee di Russell circa le cause dei paradossi della teoria degli insiemi e di quelli semantici hanno contribuito allo sviluppo di questa nuova scuola di pensiero.

Come abbiamo già osservato in precedenza, una delle conseguenze dell'analisi fatta da Russell dei paradossi è che espressioni quali '$x \in x$' o '$x \notin x$', sebbene apparentemente ben formate, in realtà non hanno senso, perché violano il **Principio del Circolo Vizioso**. Ma, se queste espressioni non hanno senso, allora i paradossi prodotti da un loro uso apparentemente legittimo non possono essere considerati veramente tali. Da ciò segue che i problemi filosofici posti dall'esistenza dei paradossi sono in realtà degli pseudo-problemi generati da una grammatica errata, pseudo-problemi che possono essere spazzati via da una corretta analisi logica del linguaggio della teoria degli insiemi. Ciò che Russell ha compiuto, come risultato della sua analisi dei paradossi, è un ulteriore passo importante, rispetto a quello fatto da Frege, lungo la strada che conduce alla filosofia analitica, perché fornisce la metodologia fondamentale che verrà adottata dal filosofo analitico nel suo lavoro: l'analisi logica del linguaggio.

Un altro esempio in cui le idee russelliane circa l'importanza dell'analisi logica del lin-

---

un numero finito di passi decide, dato un qualsiasi $k \in \mathbb{R}$, se $k$ è razionale oppure no. Infatti, per esempio, malgrado il fatto che l'insieme $\mathbb{Q}$ sia ben definito (abbiamo un criterio d'identità per i razionali), della costante di Eulero $\gamma$, dove $\gamma = \lim_{N \to \infty}(S_N - \log N)$ e $S_N = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{N}$, non si sa ancora se sia razionale oppure no.

50

**Principio 7.7 (della Svolta Linguistica)** *L'analisi logica del linguaggio è il metodo da adottare in filosofia perché questa possa essere fatta in modo rigoroso.*

guaggio danno vita ad una innovazione specifica è rappresentato dalla sua teoria delle descrizioni definite. È all'interno di questa teoria che viene fornita una risposta al secondo dei problemi menzionati all'inizio di questa sezione.

Dopo aver trascorso due anni (1903 e 1904) alla ricerca di una soluzione dei paradossi, nella primavera del 1905 Russell si imbattè in un problema molto interessante che coinvolgeva la metafisica, la logica e la filosofia del linguaggio. Il problema era quello rappresentato da quale fosse la corretta analisi logica delle cosiddette *descrizioni definite* e cioè di espressioni quali: Il *perpetuum mobile*, la montagna dorata, il quadrato rotondo, l'autore di *Waverley*, ecc. L'interesse di Russell per queste tematiche era stato suscitato dalle conseguenze paradossali derivanti dalla teoria delle descrizioni definite elaborata dal filosofo Meinong. Secondo Meinong, le descrizioni definite devono avere un riferimento, perché:

> [s]e si forma, ad esempio, il giudizio 'non esiste un *perpetuum mobile*', è chiaro che l'oggetto di cui si nega l'esistenza [*Dasein*] deve possedere proprietà, e anche proprietà caratteristiche, perché, in mancanza di esse, la credenza nella sua non esistenza non può avere né senso né giustificazione; il possesso di proprietà, però, è equivalente a un 'modo di essere' [*sosein*].[51]

Meinong arriva, dunque, a distinguere tra essere ed esistenza ed applica questa distinzione anche ad entità logicamente impossibili quali il quadrato rotondo. In altre parole, per Meinong, la descrizione definita 'Il quadrato rotondo' denota un oggetto che è, ma non esiste, e questo oggetto è sia quadrato che rotondo.

Ovviamente la chiara, e riconosciuta, violazione del **Principio di non Contraddizione**[52]

[51] Vedi Meinong [1910] in Bocheński [1972], p. 481.

[52]

**Principio 7.8 (di non Contraddizione)** *Per ogni proposizione* **A***, la proposizione* **A** ***e non-*****A** *è falsa.*

presente nella teoria di Meinong ripugna a Russell il quale in ‘On Denoting’ si trova di fronte al seguente dilemma. Date proposizioni quali: (1) L’attuale re di Francia è calvo e (2) L’attuale re di Francia non è calvo, se assumiamo che la descrizione definita ‘L’attuale re di Francia’ non è denotante, sembra si debba concludere che entrambe (1) e (2) non hanno senso, malgrado il fatto che ne comprendiamo benissimo il contenuto. Se, d’altro canto, accettiamo l’idea che ‘L’attuale re di Francia’ è un’espressione denotante, sembra che si debba anche abbracciare una posizione simile a quella di Meinong la quale ci obbliga a violare il **Principio di non Contraddizione**.

La soluzione del dilemma proposta da Russell passa attraverso una strategia di attacco che diventerà una delle note caratteristiche della filosofia analitica e cioè passa attraverso l’idea che:

> [l]e difficoltà che hanno a che fare con il denotare sono [...] tutte quante il risultato di un’analisi errata delle proposizioni le cui espressioni verbali contengono frasi denotanti.[53]

Innanzitutto, Russell si preoccupa di argomentare a favore del fatto che (a) descrizioni definite del tipo ‘L’attuale re di Francia’, ‘Il quadrato rotondo’, ecc. non sono delle espressioni denotanti e che (b) le descrizioni definite (in generale) hanno un significato soltanto nel contesto di una proposizione. (**Principio del Contesto**.) In secondo luogo, ciò che Russell vuol far vedere è che una corretta rappresentazione della forma logica di proposizioni contenenti descrizioni definite può fare benissimo a meno di queste ultime e, quindi, può fare anche a meno dei problemi da queste generate.

[53] Russell [1905], p. 43.

Secondo Russell, la forma logica della descrizione definita 'L'attuale re di Francia' emerge se parafrasiamo questa espressione nei seguenti termini:

$$\exists x\,(x \text{ è re di Francia e } \forall y\,(y \text{ è re di Francia} \to y = x)).$$

Fatto questo, diventa adesso possibile rivelare la forma logica di $(1)$ e $(2)$ parafrasandole a loro volta in termini di $(1')$ e $(2')$ :

$$(1')\ \exists x\,(x \text{ è re di Francia e } \forall y\,(y \text{ è re di Francia} \to y = x) \text{ e } x \text{ è calvo});$$

$$(2')\ \exists x\,(x \text{ è re di Francia e } \forall y\,(y \text{ è re di Francia} \to y = x)\ \text{ e } \neg\, x \text{ è calvo}).$$

È, a questo punto, di fondamentale importanza notare che, come avevamo anticipato, il risultato centrale dell'analisi russelliana di $(1)$ e $(2)$ consiste nel fatto che, sebbene $(1')$ e $(2')$ siano logicamente equivalenti rispettivamente a $(1)$ e $(2)$, contrariamente a queste ultime, non contengono descrizioni definite risultando, quindi, immuni ai problemi sollevati da espressioni quali 'Il *perpetuum mobile*', 'Il quadrato rotondo', 'L'attuale re di Francia', ecc. Inoltre, $(1')$ e $(2')$ mostrano che $(1)$ e $(2)$, lungi dall'essere proposizioni insensate, sono, invece, entrambe false — perché attualmente la Francia non ha un re — senza che per questo si debba incorrere in una violazione del **Principio di non Contraddizione**.

Ciò che, invece, ha fornito una soluzione al terzo problema menzionato all'inizio di questa sezione, ed ha anche contribuito in modo sostanziale allo sviluppo della filosofia analitica, è la teoria di Wittgenstein e Russell che va sotto il nome di 'atomismo logico'.

L'atomismo logico si propone di rivelare, per mezzo di un'analisi logica delle proposizioni che rappresentano i fatti di cui il mondo consiste — analisi logica basata sulla grammatica logico-filosofica individuata da Russell — quelle che devono essere le componenti *logicamente* ultime del mondo. Qui l'enfasi posta sulla parola 'logicamente' è molto importante, perché per componente logicamente ultima del mondo non dobbiamo intendere le particelle elementari della fisica, ma i particolari o dati di senso (vedi la prossima sezione), i predicati, le relazioni, ecc. di cui i fatti complessi (per come questi vengono rappresentati da proposizioni) che costituiscono il nostro mondo sono composti. L'atomismo logico, dunque, è una dottrina logico-metafisica che influenza lo sviluppo della filosofia analitica sotto due aspetti fondamentali. Il primo consiste nel fatto che, per giustificare la sua teoria, Russell sviluppa una grammatica logico-filosofica la quale, applicata al linguaggio utilizzato per descrivere i fatti di cui è costituito il mondo, rivela, tra le altre cose, che gran parte dei problemi della metafisica tradizionale sono basati su errori grammaticali. Il secondo ha, invece, come una delle sue conseguenze che la costruzione logica del mondo risultante dall'implementazione del programma dell'atomismo logico ci permette di fare piazza pulita di tutte quelle assunzioni di carattere metafisico non necessarie alla costruzione effettuata (rasoio di Occam).

Se l'influenza di quest'ultima caratteristica dell'atomismo logico è facilmente rintracciabile nel pensiero di filosofi analitici così diversi fra loro come lo sono il primo Carnap della *Costruzione Logica del Mondo* e il Dummett di *The Logical Basis of Metaphysics*, l'impatto della prima sulla filosofia analitica è ancora più evidente. A questo proposito basti considerare come esempi paradigmatici i contributi di Hare all'etica e quelli di Hart alla filosofia del diritto. Già nella prefazione de *Il Linguaggio della Morale* Hare scrive che ≪[L]'etica, così come la concepisco, è lo studio logico del linguaggio della morale≫[54] e, d'altro canto, Hart non potrebbe essere più esplicito a riguardo di quando asserisce che:

> Il mio intento, in questo saggio, è di mostrare che l'analisi filosofica del concetto di azione umana, così come è stata sinora condotta, è risultata insufficiente e confusionaria, e ciò in parte almeno perché proposizioni del tipo 'L'ha fatto lui' sono state tradizionalmente considerate sopratutto come descrittive, mentre la loro funzione principale è quella che io vorrei chiamare *ascrittiva*: consistendo essa, letteralmente, nell'ascrizione di responsabilità per azioni che sono state compiute, così come la funzione principale di proposizioni del tipo 'Questo è suo' è quella di ascrivere un diritto di proprietà.[55]

Sebbene quanto è stato detto in questa sezione possa servire a mettere in luce alcuni dei contributi più importanti dati da Russell alla nascita della filosofia analitica, contributi che, provenendo da aree così diverse tra loro quali la logica matematica, la filosofia del linguaggio e la metafisica, danno anche un'idea della vastità degli interessi filosofici del nostro autore, è, però, importante anche soltanto accennare ad altre idee filosofiche e teorie che sono indissolubilmente legate al suo nome. Questo è ciò che proveremo a fare nella prossima sezione.

## 8. La teoria dei dati di senso e i suoi critici

I risultati prodotti da Russell che hanno dato un apporto rilevante allo sviluppo della filosofia contemporanea non si limitano a quelli, sia pure importantissimi, che abbiamo finora analizzato, ma si estendono, tra le altre cose, anche alla teoria del significato e della mente[56] e all'elaborazione di una teoria della conoscenza (per *acquaintance* e per descrizione)[57] basata sulla nozione di dato di senso.[58] Dal momento che lo spazio offerto

[54] Hare [1952], Prefazione, p. 9.
[55] Hart [1948-1949], p. 5.
[56] Vedi per esempio Russell [1921] e Russell [1940].
[57] Vedi Russell [1914], Russell [1912].
[58] Vedi Russell [1912].

da quest'articolo non consente di discutere di pregi e difetti di tutte le teorie russelliane appena menzionate, nella restante parte di questa sezione del saggio abbiamo deciso di concentrarci sulla teoria della conoscenza di Russell, con particolare riferimento alla nozione di dato di senso, per come queste idee sono state presentate in *The Problems of Philosophy* del 1912.[59] La nostra scelta è motivata dalla continuità tematica della problematica relativa ai dati di senso con l'ultima questione affrontata nella sezione precedente e dal fatto che la nozione di dato di senso, dopo avere esercitato una profonda influenza sulla scuola analitica, e in particolare, sui membri del Circolo di Vienna, è stata, in tempi più recenti, attaccata anche da filosofi di provenienza analitica quali W. Sellars, R. Brandom e J. McDowell.

Russell, come già sappiamo, è un filosofo empirista e, quindi, per lui la conoscenza è basata sull'esperienza ma, a differenza degli empiristi classici (Locke, Berkeley, Hume e Mill), per Russell la conoscenza prodotta dalla logica e dalla matematica è indipendente dall'esperienza. Malgrado ad una lettura superficiale possa sembrare che esista un conflitto tra queste due posizioni, tale impressione svanisce rapidamente ad un esame più approfondito. Per renderci conto di questo fatto è sufficiente sapere che quando Russell dice che ≪la conoscenza è basata sull'esperienza≫ quello che intende è che la conoscenza o è giustificata dall'esperienza o è causata da questa. Il sapere che il tavolo su cui stiamo scrivendo ha quattro gambe è giustificato da un particolare tipo di esperienza visiva che ne abbiamo; mentre la nostra conoscenza del fatto che $1 + 1 = 2$, sebbene pos-

[59]Oltre a *The Problems of Philosophy*, Russell ha scritto tantissimi altri libri di divulgazione tra i quali *Introduction to Mathematical Philosophy*, *L'ABC della Relatività* e *Storia della Filosofia Occidentale*. L'importanza delle sue opere divulgative è stata tale che, per esempio, il comitato che gli conferì il Premio Nobel nel 1950 menzionò, tra le opere più significative di Russell che avevano motivato la premiazione, proprio la *Storia della Filosofia Occidentale*.

sa essere causata dal mettere assieme un'arancia e una pera, non è giustificata da questa esperienza, ma da un'argomentazione matematica la cui validità è indipendente non solo dalla nostra capacità di manipolare mele e pere, ma dall'esperienza in generale.

Per Russell esistono due tipi di conoscenza: conoscenza di cose e conoscenza di verità. Secondo Russell, la conoscenza si dà, inoltre, secondo due modalità: la cosiddetta conoscenza per *acquaintance* e quella per descrizione. Si conosce un'entità $X$ per *acquaintance* quando si conosce $X$ direttamente, e cioè quando si ha conoscenza di $X$ senza far uso di verità o di processi inferenziali. Si conosce, invece, un'entità $X$ per descrizione quando $X$ non è conosciuta direttamente, ma si è in possesso di una descrizione di $X$ e si sa che uno ed un solo oggetto soddisfa questa descrizione. Un esempio tipico di conoscenza per *acquaintance* di una cosa è quella che abbiamo dei dati di senso russelliani e cioè di colori, suoni, odori, ecc.; mentre un esempio di conoscenza per descrizione è rappresentato dalla conoscenza mediata da descrizioni che abbiamo dell'oggetto fisico che è causa di certi dati di senso.

Se accettiamo la tradizionale distinzione filosofica tra apparenza — come le cose ci appaiono — e realtà — ciò che le cose sono — allora possiamo senz'altro dire che i dati di senso appartengono al mondo delle apparenze, mentre gli oggetti fisici di cui questi sono gli effetti appartengono al mondo reale.

I dati di senso, per Russell, non sono le uniche entità di cui si può avere conoscenza per *acquaintance*. Secondo Russell, possiamo avere conoscenza per *acquaintance* anche delle nostre memorie, di noi stessi (nel fenomeno dell'auto-coscienza) e di entità astratte quali gli universali. Degli oggetti fisici e delle menti degli altri si può, però, avere conoscenza soltanto per descrizione. Il grande valore della conoscenza per descrizione, per Russell, risiede ovviamente nel fatto che questa ci consente di valicare i limiti impostici dall'esperienza. Per quanto, poi, riguarda la relazione esistente tra la conoscenza per *acquaintance* e quella per descrizione, Russell introduce una sorta di assioma di riducibilità secondo il quale:

> [La] conoscenza concernente ciò che è conosciuto per descrizione è in ultima analisi riducibile a conoscenza concernente ciò che è conosciuto per *acquaintance*.[60]

Ma, tornando ai dati di senso, è importante rilevare che, secondo Russell, mentre è possibile dubitare dell'esistenza della lampada (oggetto fisico) che è sul mio tavolo, non è possibile dubitare dei dati di senso che sto percependo e che sembrano suggerire che c'è una lampada sul mio tavolo. In secondo luogo bisogna notare che sebbene, per Russell, i dati di senso siano delle entità private, come lo sono le sensazioni per Frege o i cosiddetti *qualia* tanto discussi da una certa parte della filosofia della mente contemporanea, questi sono pur sempre dei dati che, per un filosofo empirista di orientamento realista come Russell, rappresentano la base irrinunciabile, il fondamento della conoscenza empirica e, quindi, dell'elaborazione scientifica.

Il primo grande colpo sofferto dalla teoria russelliana dei dati di senso provenne dalla psicologia sperimentale e, più precisamente, dalla psicologia della *Gestalt*. La psicologia della *Gestalt* venne introdotta e cominciò a svilupparsi negli anni venti del XX secolo ad opera di Köhler, Koffka e Wertheimer. L'idea fondamentale di questa teoria è che la forma (*Gestalt*) della percezione è indipendente dalla struttura dello stimolo. Esempi divenuti ormai classici della correttezza di questa tesi sono le cosiddette figure bi-stabili quali il

[60] Russell [1912], cap. V, p. 38.

cubo di Necker, il coniglio-anatra, ecc. Ora è chiaro che se la forma della percezione è indipendente dalla struttura dello stimolo — perché la forma della percezione è influenzata anche da fattori culturali, ecc. — si mette con ciò in discussione l'esistenza stessa di dati di senso russelliani che vengono conosciuti direttamente dal percipiente e cioè senza far uso di verità o di processi inferenziali.

Il percolare delle idee della psicologia della *Gestalt* in ambiti filosofici non solo ha finito per influenzare il pensiero del secondo Wittgenstein (vedi la seconda parte di Wittgenstein [1953]), ma si è rivelato di fondamentale importanza anche in filosofia della scienza per l'uso fattone, per esempio, in Kuhn [1970] proprio al fine di negare l'esistenza dei dati di senso russelliani e di basi empiriche affini.

Sul versante più propriamente filosofico un attacco devastante alla funzione fondante della conoscenza empirica svolto dai dati di senso è stato quello mosso da Wittgenstein nelle *Philosophical Investigations*, attacco contenuto nelle sue argomentazioni dirette a dimostrare l'impossibilità di un linguaggio privato. Infatti, dal momento che una caratteristica fondamentale dei dati di senso è il loro essere privati, se Wittgenstein avesse ragione nel sostenere l'impossibilità di un linguaggio privato ne seguirebbe che i dati di senso non potrebbero essere utilizzati come base evidenziale (atomismo logico) su cui far poggiare anche le costruzioni delle scienze empiriche, perché neanche il soggetto percipiente ne potrebbe parlare.

Un secondo filone critico di matrice schiettamente filosofica che si è sviluppato nel tempo nei confronti della nozione russelliana di dato di senso ha avuto origine da Sellars ed è stato, poi, continuato da Brandom e McDowell. Come asserisce R. Rorty nella sua introduzione al saggio di Sellars *Empirismo e filosofia della mente*, la riflessione di Sellars su quello che lui chiama il 'mito del dato' (di senso) sembra essere ispirata a quel famoso motto kantiano secondo il quale le intuizioni senza concetti sono cieche. In realtà, per Sellars, non solo le intuizioni senza concetti sono cieche, ma il cosiddetto linguaggio delle sensazioni lungi dall'essere originario, irriducibile e privato è tale che:

> [I] concetti riguardanti certi episodi interiori — in questo caso, le *impressioni* — possono essere, in modo primario ed essenziale, *intersoggettivi*, senza essere riducibili a sintomi comportamentali manifesti, e [...] il ruolo di questi concetti nel fornire resoconti — ruolo che essi svolgono nell'introspezione (il fatto che ciascuno di noi abbia un accesso privilegiato nei confronti delle proprie impressioni) — rappresenta un aspetto di questi concetti che si *innesta su* e *presuppone* il loro ruolo nel discorso intersoggettivo.[61]

Ma è chiaro che, se il linguaggio delle sensazioni si innesta su e presuppone un discorso intersoggettivo, ne segue che non si può avere conoscenza immediata (che non fa uso né di verità né di processi inferenziali) di dati di senso/sensazioni.

## 9. Conclusione

Come abbiamo avuto modo di vedere in questo profilo, Bertrand Russell è stato uno dei grandi protagonisti della scena culturale del '900. In particolare, il suo impatto sulla filosofia del XX secolo ha avuto luogo non soltanto mediante i contributi, pure importantissimi, dati a settori specifici quali la logica matematica (vedi §§3–6), ma anche per mezzo dell'attenzione da lui rivolta a questioni di metodo e della sua abilità nell'ispirare e guidare gli allievi.

Per quanto riguarda le questioni di metodo, non possiamo non ribadire che la filosofia analitica nasce da un vero e proprio cambiamento paradigmatico — la cosiddetta 'svolta

[61] Sellars [1956], ch XVI, §62, p. 86.

linguistica' — rispetto alla tradizione filosofica precedente (vedi §7). E se è vero, come è stato asserito a più riprese da Dummett, che Frege compie la svolta linguistica già nei *Fondamenti dell'Aritmetica*, è anche vero che è proprio Russell colui il quale porta la svolta linguistica ben oltre la semplice ricerca fregeana di criteri di identità per i numeri naturali.

È solo nel momento in cui Russell fornisce degli esempi concreti in cui l'analisi logica del linguaggio sembra applicarsi con successo a problemi importanti che appartengono agli ambiti più svariati della filosofia che parte della comunità filosofica ha la netta sensazione di avere finalmente scoperto un nuovo metodo in grado di rendere l'attività di ricerca più rigorosa e si fa scuola.

Facendo, poi, riferimento alla capacità di Russell di ispirare e guidare gli allievi, basti pensare a quanto sia stato importante per Ludwig Wittgenstein, uno dei più grandi filosofi del '900, avere studiato ed interagito con Russell per un considerevole lasso di tempo.

Anche se molte delle idee di Russell, tra le quali il logicismo globale, la teoria dei dati di senso e la sua stessa convinzione circa l'importanza filosofica dell'analisi logica del linguaggio, non sono più in auge all'interno dei circoli analitici, un ottimo motivo per continuare a leggere il nostro autore non soltanto con gli occhi dello storico è dato dal piacere di confrontarsi con una prosa chiara e brillante, sempre pervasa di onestà intellettuale, in cui spesso sembra di cogliere, accennato, il sorriso ammiccante della ragione.

## BIBLIOGRAFIA

Assenza, E., Chirichò, D., Perconti, P. (Eds.). (2004). *Logic, Ontology and Linguistics*. Soveria Mannelli: Rubbettino Editore.

Bocheński, J. M. (1972). *La Logica Formale*. Torino: Giulio Einaudi. (terza edizione, a cura di Alberto Conte, vol. II, *La Logica Matematica*.)

Burali-Forti, C. (1897). "A Question on Transfinite Numbers." In J. van Heijenoort (Ed.), *From Frege to Gödel* (pp. 104–111). Cambridge Massachusetts.

Burali-Forti, C. (1897a). "On Well-ordered Classes." In J. van Heijenoort (Ed.), *From Frege to Gödel* (pp. 111–112). Cambridge Massachusetts.

Cantor, G. (1895-1897). *Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers*. New York: Dover Publications Inc.

Cantor, G. (1899). "Letter to Dedekind." In J. van Heijenoort (Ed.), *From Frege to Gödel* (pp. 113–117). Cambridge Massachusetts: Harvard University Press.

Carnap, R. (1928). *Der Logische Aufbau der Welt*. Cambridge: Cambridge University Press. (Tr. italiana di: E. Severino (2013), *La Costruzione logica del mondo*, UTET, Torino.)

Carnap, R. (1932). "Überwindung der Metaphysik durch Logische Analyse der Sprache." In A. Pasquinelli (Ed.), *Il Neoempirismo* (pp. 504–532). UTET. (Tr. italiana di: A. Pasquinelli (1969), *Il superamento della metafisica mediante l'analisi logica del linguaggio*, Torino.)

Casari, E. (1972). *Questioni di filosofia della matematica*. Milano: Feltrinelli Editore.

Davis, M. (Ed.). (1965). *The Undecidable*. New York: Raven press.

Dummett. (1991). *The Logical Basis of Metaphysics*. London: Duckworth.

Euclide. (2008). *Gli Elementi*. Milano: Arnoldo Mondadori Editore. (a cura di: A. Fraiese e L. Maccioni.)

Fraenkel, A. A., Bar-Hillel, Y., Levy, Y. (1973). *Foundations of Set Theory*. Amsterdam: North Holland.

Frege, G. (1879). "Begriffsschrift." In J. van Heijenoort (Ed.), *From Frege to Gödel* (pp. 1–82). Cambridge Massachusetts: Harvard University Press. (Tr. inglese di S. Bauer Mengelberg (1967).)

Frege, G. (1884). *The Foundations of Arithmetic* (Seconda ed.). Oxford: B. Blackwell. (Tr. inglese di J. L. Austin (1980))

Frege, G. (1893-1903). *Grundgesetze der Arithmetik* (Vols. 1 (1893), 2 (1903)). Münster: Mentis-Verlag. ((1977))

Frege, G. (1902). "Letter to Russell." In J. van Heijenoort (Ed.), *From Frege to Gödel* (pp. 126–128). Cambridge Massachusetts: Harvard University Press. (Tr. inglese di Beverly Woodward (1967).)

Frege, G. (1918-1919a). "Logical Investigations." In P. T. Geach (Ed.), . Oxford: B. Blackwell.

Frege, G. (1918-1919b). "Thoughts." In P. T. Geach (Ed.), *Logical Investigations* (pp. 1–30). Oxford: B. Blackwell.

Frege, G. (1924-1925). "Nuovo tentativo di fondazione dell'aritmetica." In E. Picardi (Ed.), *Scritti Postumi* (pp. 427–432). Napoli: Bibliopolis. (Tr. italiana 1986)

Frege, G. (1986). *Scritti Postumi*. Napoli: Bibliopolis. (Tr. italiana di E. Picardi)

Gödel, K. (1931). "On Formally Undecidable Propositions of *Principia Mathematica* and Related Systems I." In M. Davis (Ed.), *The Undecidable* (pp. 5–38). New York: Raven Press.

Gödel, K. (1944). "Russell's Mathematical Logic." In P. A. Schilpp (Ed.), *The Philosophy of Bertrand Russell* (pp. 125–153). Menasha Wisconsin: George Banta Publishing Company.

Hare, R. M. (1952). *Il linguaggio della morale*. Roma: Ubaldini. (Tr. italiana di M. Borioni e F. Palladini (1968))

Hart, H. L. A. (1948-1949). "L'ascrizione di responsabilità e di diritti." In V. Frosini (Ed.), *Contributi all'analisi del diritto* (pp. 5–36). Milano: Giuffrè Editore.

Hart, H. L. A. (1964). *Contributi all'analisi del diritto*. Milano: Giuffrè Editore. (Tr. italiana di V. Frosini)

Hatcher, W. S. (1978). *Fondamenti della matematica*. Torino: Boringhieri.

Jech, T. (2002). *Set theory* (Third Millennium, revised and expanded ed.). Berlin: Springer.

Kuhn, T. S. (1970). *The Structure of Scientific Revolutions* (Second, enlarged ed.). Chicago: The University of Chicago Press.

Martino, E. (2004). "Wolves, Sheep and Logic." In E. Assenza, D. Chiricò, P. Perconti (Eds.), *Logic, Ontology and Linguistics* (pp. 75–104). Soveria Mannelli: Rubbettino.

Marx, K., Engels, F. (1848). "Manifesto of the Communist Party." In *Marx Engels Selected Works* (Vol. I, pp. 21–65). Moscow: Foreign Languages Publishing House.

Marx, K., Engels, F. (1958). "Marx Engels Selected Works." In (Vol. I and II). Moscow:

Foreign Languages Publishing House.

Meinong, A. (1910). *Über Annahmen* (Second, revised ed.). University of California Libraries.

Pasquinelli, A. (Ed.). (1969). *Il Neoempirismo*. Torino: UTET.

Russell, B. (1902). "Letter to Frege." In J. van Heijenoort (Ed.), *From Frege to Gödel* (pp. 124–125). Cambridge Massachusetts: Harvard University Press.

Russell, B. (1903). *The Principles of Mathematics*. Cambridge University Press. (Tr. italiana di: L. Geymonat (1988), *I Principi della Matematica*, Longanesi & C, Milano.)

Russell, B. (1905). "On Denoting." In R. C. Marsh (Ed.), *Logic and Knowledge* (pp. 41–56). London: Unwin Hyman.

Russell, B. (1907). "On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types." *Proceedings of the London Mathematical Society, 2(4)*, 29–53.

Russell, B. (1908). "Mathematical Logic as Based on the Theory of Types." In J. van Heijenoort (Ed.), *From Frege to Gödel* (pp. 150–182). Cambridge Massachusetts: Harvard University Press.

Russell, B. (1912). *The Problems of Philosophy*. Williams & Norgate. (nuova edizione (2009), Digireads.com Book, New York)

Russell, B. (1914). "On the Nature of Acquaintance." In R. C. Marsh (Ed.), *Logic and Knowledge* (pp. 125–174). London: Unwin Hyman.

Russell, B. (1918). "The Philosophy of Logical Atomism." In R. C. Marsh (Ed.), *Logic and Knowledge* (pp. 175–182). London: Unwin Hyman.

Russell, B. (1919). *Introduction to Mathematical Philosophy*. George Allen & Unwin ltd. (nuova edizione (2013), Routledge, London.)

Russell, B. (1921). *The Analysis of Mind*. George Allen & Unwin. (nuova edizione (1995), Routledge, London.)

Russell, B. (1924). "Logical Atomism." In R. C. Marsh (Ed.), *Logic and Knowledge* (pp. 321–344). London: Unwin Hyman.

Russell, B. (1925). *The ABC of Relativity*. Kegan Paul. (nuova edizione (2009), Routledge, London.)

Russell, B. (1940). *An Inquiry into Meaning and Truth*. George Allen and Unwin Ltd. (nuova edizione (2013), Routledge, London)

Russell, B. (1944). "My Mental Development." In P. A. Schilpp (Ed.), *The Philosophy of Bertrand Russell* (pp. 3–20). Menasha Wisconsin: George Banta Publishing Company.

Russell, B. (1945). *History of Western Philosophy*. George Allen & Unwin. (Tr. italiana di: L. Pavolini (1966), *Storia della Filosofia Occidentale*, Longanesi & C., Milano)

Russell, B. (1950). "Logical Positivism." In R. C. Marsh (Ed.), *Logic and Knowledge* (pp. 367–382). London: Unwin Hyman.

Russell, B. (1978). *The Autobiography of Bertrand Russell*. London: Unwin Paperbacks.

Russell, B. (1988). *Logic and Knowledge*. London: Unwin Hyman. (a cura di R. C. Marsh)

Schilpp, P. A. (Ed.). (1944). *The Philosophy of Bertrand Russell*. Menasha Wisconsin: George Banta Publishing Company.

Sellars, W. (1956). *Empirismo e filosofia della mente*. Torino: Einaudi. (Tr. italiana di E. Sacchi (2004).)

van Heijenoort, J. (Ed.). (1967). *From Frege to Gödel*. Cambridge Massachusetts: Harvard University Press.

von Neumann, J. (1925). "An Axiomatization of Set Theory." In J. van Heijenoort (Ed.), *From Frege to Gödel* (pp. 393–413). Cambridge Massachusetts: Harvard University Press. (Tr. inglese di S. Bauer Mengelberg e D. Follesdal (1967))

Weyl, H. (1918). *The Continuum*. New York: Dover Publications. (Tr. inglese di S. Pollard e T. Bole (1994))

Whitehead, A. N., Russell, B. (1910). *Principia Mathematica*. Cambridge: Cambridge University Press.

Wittgenstein, L. (1921). *Tractatus Logico-Philosophicus*. London: Routledge and Kegan, P. (Tr. inglese di B. F. McGuinness and D. Pears (1981))

Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical Investigations*. Oxford: Blackwell. (Tr. inglese di G. E. M. Anscombe)

Wright, C. (1983). *Frege's conception of numbers as objects*. Aberdeen: Aberdeen University Press.