APhEx 14, 2016 (ed. Vera Tripodi)
Ricevuto il: 17/09/2015
Accettato il: 13/08/2016
Redattori: Claudio Calosi & Pierluigi Graziani

APhEx
PORTALE ITALIANO DI FILOSOFIA ANALITICA
GIORNALE DI FILOSOFIA
NETWORK
N°14 GIUGNO 2016

L e t t u r e c r i t i c h e

Daniele Molinini, **Che cos'è una spiegazione matematica**, Carocci, Roma 2014, pp. 219.

Andrea Sereni

Fin dalla cosiddetta "fase dei perché" nei primi anni dello sviluppo, e per tutta la nostra vita di adulti, la ricerca di una spiegazione degli eventi e dei fenomeni di cui partecipiamo e che ci circondano costituisce un aspetto essenziale della nostra vita razionale. Le spiegazioni si dicono in molti modi. Possiamo offrire una spiegazione psicologica del perché una certa foto ci commuove, una spiegazione socio-economica del perché una certa redistribuzione della ricchezza provoca sacche di povertà, o ancora una spiegazione storica del perché una serie di eventi ha portato allo scoppio della Seconda Guerra Mondiale. Le spiegazioni che forniamo ci aiutano ad acquisire nuove conoscenze, ma anche a sistematizzare le conoscenze che già possediamo

APhEx
PORTALE ITALIANO DI FILOSOFIA ANALITICA
GIORNALE DI FILOSOFIA
NETWORK

collocando i fenomeni in questione in una rete di nessi che li rende razionalmente comprensibili e, nei casi migliori, controllabili o prevedibili.

Nel caso di fenomeni fisici, l'ambito di elezione per fornire una spiegazione è quello delle scienze empiriche (almeno se si escludono spiegazioni che a un altro livello, per esempio quello teologico, possono essere date degli stessi fenomeni). Ci affidiamo alla fisica per spiegare il movimento dei corpi solidi o il moto delle particelle di un gas; alla biologia per spiegare il funzionamento dell'apparato cardio-circolatorio; alla chimica per spiegare la reazione tra molecole di idrogeno e di ossigeno. Ma cosa cerchiamo esattamente quando diamo una spiegazione scientifica? Una risposta naturale a questa domanda è che ciò che cerchiamo è un nesso causale tra i fenomeni che vogliamo spiegare (il nostro *explanandum*) e altri fenomeni (il nostro *explanans*) che spiegano i primi in quanto li causano. Non tutti sono d'accordo nel considerare una spiegazione scientifica come una spiegazione alla ricerca di cause (per un'introduzione alla spiegazione scientifica si veda la voce *APhEx* di Felline (2016) e i riferimenti ivi contenuti). Lo è un filosofo come Wesley Salmon (cfr. Salmon 1984), ma non lo sono altri classici punti di riferimento in questo dibattito, come Carl Gustav Hempel, Paul Oppenheim (cfr. Hempel e Oppenheim 1948) o Philip Kitcher (cfr. Kitcher 1989).

Se anche riteniamo che le spiegazioni scientifiche ricerchino le cause di fenomeni empirici, dobbiamo tenere conto del fatto che tali spiegazioni sono elaborate attraverso teorie che impiegano in maniera massiccia complesse teorie matematiche, e che il dominio della matematica, almeno nella maggior parte dei modi in cui lo si può caratterizzare, non sembra dominato da rapporti di causalità. Questo solleva almeno due ostacoli. In primo luogo, per comprendere appieno una spiegazione scientifica dovremo prima comprendere il ruolo che la matematica ricopre in una tale spiegazione. In secondo luogo, se intendiamo cercare un modello unico di spiegazione che possa applicarsi anche a fatti matematici o geometrici (per esempio quelli descritti dal teorema di Fermat o dal teorema di Pitagora), potremo non essere in grado di utilizzare lo stesso modello adottato per fenomeni empirici. Dovremmo quindi porci i problemi, rispettivamente, di come funziona una spiegazione matematica nelle scienze empiriche (SMs), e di come funziona una spiegazione matematica in matematica (Smm).

L'agile volume di Daniele Molinini guida il lettore, nello spazio di una breve introduzione tipica delle Bussole Carocci, attraverso i numerosi problemi filosofici sollevati dalle spiegazioni matematiche nella scienza e in matematica, in maniera molto accurata e documentata.

Il volume si suddivide in 5 capitoli, corredati da due brevi paragrafi di introduzione e conclusione e, oltre che da una sezione sui riferimenti citati, da una esaustiva bibliografia ragionata relativa agli argomenti trattati in ciascun capitolo. Dopo una breve introduzione che motiva la scelta del tema e la sua rilevanza filosofica, Molinini approfondisce nel Capitolo 1 la natura della spiegazione matematica e la distinzione tra SMs e SMm. Il Capitolo 2 presenta un sintetico *excursus* storico sui principali punti di riferimento della tradizione filosofica che fanno da sfondo al dibattito contemporaneo tanto sulla spiegazione matematica quanto più in generale sulla spiegazione scientifica. I successivi tre capitoli costituiscono il cuore del volume. Il Capitolo 3 è dedicato all'approfondimento del problema della spiegazione matematica nella scienza, e si concentra in particolare sulla domanda se esistano davvero spiegazioni matematiche di questo tipo. Il Capitolo 4 si mantiene sullo stesso argomento, ma si estende fino a considerare alcuni temi filosofici ampiamente dibattuti nel panorama contemporaneo e strettamente connessi alle Sms. In questo capitolo viene infatti discusso un caso esemplare di spiegazione matematica, viene presentato il problema dell'applicabilità della matematica, e infine discussa una particolare versione dell'argomento di indispensabilità per il realismo matematico che fa leva sul potere esplicativo della matematica. Il Capitolo 5 è infine dedicato al problema dell'esistenza di spiegazioni matematiche in matematica e ai diversi modi di intenderle.

Richiamando *l'incipit* della *Metafisica* di Aristotele secondo cui gli uomini possiedono per natura il desiderio di conoscere, Molinini chiarisce nell'Introduzione la distinzione tra sapere *che* uno stato di cose è tale e sapere *perché* uno stato di cose è tale (per esempio, come vedremo sotto, tra sapere che il quadrato costruito sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo è la somma dei quadrati costruiti sui cateti, e sapere perché le cose stanno così). È il secondo tipo di conoscenza che è rilevante per la nozione di spiegazione, e in particolare per la spiegazione scientifica. Il problema della spiegazione matematica si può in parte considerare un sotto-problema di quella scientifica, anche se (soprattutto, anche se non esclusivamente, a causa della presunta natura astratta dei suoi oggetti) solleva questioni specifiche che vengono tratteggiate nel seguito del volume, come vedremo a breve.

Il Capitolo 1 («Un perché matematico») è così dedicato a chiarire che cosa si intenda per spiegazione matematica. Per tracciare la distinzione tra spiegazione matematica nella scienza e spiegazione matematica in matematica Molinini assume, con la consapevolezza della forzatura, una distinzione netta tra fatti empirici e fatti matematici. Che la distinzione possa essere molto più sfumata di quanto sia necessario assumere per scopi espositivi è evidente quando si considera il ruolo fondamentale che elementi visivi o procedurali (costruzioni utilizzate con determinati strumenti, quali riga e compasso) possono svolgere per esempio nel vedere, in un qualche senso del termine, che un determinato teorema matematico vale. Una volta assunta comunque tale distinzione netta, è possibile tracciare una prima distinzione tra SMs e SMm. Le SMs sono quelle spiegazioni di fatti empirici che usano un apparato matematico che non solo serve a offrire una migliore formulazione della spiegazione, ma svolge esso stesso un qualche ruolo (in qualche modo essenziale, o indispensabile) di tipo esplicativo. Il ruolo svolto dalla matematica in questo contesto comporta che determinati fatti empirici, quelli oggetto di queste spiegazioni, non possano essere spiegati in maniera puramente causale (e questo, nota Molinini a più riprese, sembra suggerire che alcuni modelli di spiegazione scientifica sono di fatto esclusi come possibili modelli universali di spiegazione scientifica, almeno se questa deve comprendere anche la SMs come suoi casi particolari).

Le SMm sono invece spiegazioni puramente matematiche di fatti matematici. Possiamo riprendere i due esempi iniziali portati da Molinini. Come esempio di SMs possiamo considerare la spiegazione del perché i favi delle api hanno una struttura esagonale: ciò che spiegherebbe questo fenomeno è, assieme al fatto biologico che la specie è evoluzionisticamente avvantaggiata se riesce a minimizzare il dispendio di energia nella costruzione dei proprio favi in rapporto alla cera a disposizione, dal fatto matematico, noto come *honeycomb theorem*, secondo cui una griglia esagonale consente di dividere una superficie in regioni di area uguale con un perimetro minimo. Come SMm, possiamo invece considerare la spiegazione offerta da Bernard Bolzano del cosiddetto teorema degli zeri di un polinomio. Lasciamo al lettore approfondire il contenuto del teorema. Molinini richiama l'attenzione sulla convinzione, ben nota, che Bolzano aveva del fatto che il teorema di analisi in questione non dovesse essere dimostrato, come avveniva prima di lui, facendo riferimento all'intuizione spaziale riguardo a particolari costruzioni geometriche (come i grafici di funzioni su un piano cartesiano). Quella introdotta da Bolzano (che si richiama ancora una volta ad Aristotele) è l'importante distinzione tra dimostrazioni *esplicative* di un teorema e dimostrazioni *non esplicative*. Riprendendo la distinzione accennata prima, anche se vi possono essere più dimostrazioni in grado di provare *che* un certo teorema è vero, solo alcune di esse sembrano spiegare *perché* un teorema è vero, esplicitano cioè le ragioni del perché un certo fatto matematico sussiste. È interessante notare come il problema del rapporto tra prove esplicative e non abbia forti connessioni con un altro tema nel dibattito contemporaneo, quello della *purezza della prova*. La connessione, che Molinini richiama in seguito nel Capitolo 4, risiede nell'idea che solo le dimostrazioni pure, quelle cioè che non impiegano strumenti concettuali estranei al contenuto del teorema che deve essere dimostrato, hanno il potere di essere esplicative.

Una volta introdotto il concetto di spiegazione matematica, il Capitolo 2 («La ricerca filosofica di un perché matematico») è dedicato a rintracciare i momenti storici essenziali che hanno segnato la riflessione sul problema della spiegazione matematica. Questo breve excursus storico è tracciato in quattro tappe principali. Come punto di partenza, troviamo una trattazione delle idee di Aristotele sulla spiegazione. La distinzione tra dimostrazioni che un fatto sussiste e spiegazioni del perché un fatto sussiste viene precisata nelle sue origini, e inquadrata nella teoria aristotelica delle cause, suddivise nei quattro tipi fondamentali: formale, materiale, efficiente e finale. Possiamo sommariamente dire che per Aristotole una dimostrazione del perché un fatto si dà è un argomento deduttivo, fornito attraverso un sillogismo, che invece che procedere dal fatto alle sue cause, deduce il fatto a partire dalle sue cause. La teoria aristotelica della *aitia* comprende però di più di quanto non cada sotto il concetto moderno di causa, e la sua teoria della spiegazione non va quindi accomunata con il tipo di spiegazione causale dei fenomeni empirici che abbiamo menzionato sopra. Molinini ricorda come nelle opere di Aristotele (in particolare la *Fisica* e gli *Analitici Secondi*) sia possibile ravvisare non solo l'idea che esistano spiegazioni matematiche in matematica, ma anche spiegazioni matematiche nelle scienze empiriche.

La seconda tappa individuata da Molinini è rappresentata dalla *Quaestio de certitude mathematicarum*, un dibattito che nasce nella metà del XVI secolo e che ha come punti di riferimento precedenti da una parte le posizioni aristoteliche di Averroè, e dall'altra quelle di Proclo, che sosteneva al contrario come le dimostrazioni geometriche (in particolare quelle di Euclide) non rispettassero i criteri aristotelici delle spiegazioni scientifiche. La *Quaestio* vede come figura principale quella del padovano Alessandro Piccolomini, che segue Proclo nel sostenere come molte dimostrazioni geometriche non possano avere la forma di un sillogismo con le proprietà richieste da Aristotele per una spiegazione scientifica. Piccolomini riteneva più in generale che tutte le dimostrazioni matematiche non fossero causali, e quindi non rispettassero i requisiti di Aristotele.

Il dibattito tra Piccolomini e i suoi oppositori perde terreno quando sono le scienze naturali stesse ad abbandonare il modello aristotelico. La terza tappa di questo percorso è quindi rintracciabile per Molinini nella pubblicazione dei *Pincipia* di Newton nel 1687, e nel cambiamento epocale che essi hanno portato alla concezione moderna della scienza (non senza i precedenti di Galileo, Cartesio, e Hobbes). L'infiltrazione massiccia della matematica nella fisica torna infatti a rendere plausibile il fatto che la matematica possa svolgere un ruolo propriamente esplicativo nelle spiegazioni di fenomeni empirici.

Il tentativo più consistente di rispondere al problema del potere esplicativo della matematica deve tuttavia attendere il XX secolo. È infatti solo con i lavori di Hempel e Paul Oppenheim (cfr. Hempel e Oppenheim 1948), a partire dal 1948, che è possibile avere teorie sistematiche della spiegazione scientifica. Il dibattito sulla spiegazione scientifica è naturalmente vastissimo, ma quello che interessa sottolineare a Molinini è come a partire dal modello di spiegazione nomologico-deduttivo della spiegazione scientifica di Hempel e Oppenheim segua che la matematica di per sé non possa avere potere esplicativo. Lo stesso, come accennavamo all'inizio, vale per teorie rivali, come la teoria causale della spiegazione scientifica avanzata da Salmon, con la sola eccezione della teoria unificazionista avanzata da Philip Kitcher (cfr. Kitcher 1989). Solo negli anni '70 del secolo scorso i lavori di Mark Steiner (cfr. Steiner 1978a, 1978b; per contributi più recenti, cfr. Steiner 1998, 2005) consentono di aprire un dibattito rigoroso centrato sulla nozione di spiegazione matematica.

I successivi due capitoli sono dedicati a un approfondimento della nozione di SMs. Il Capitolo 3 («La spiegazione matematica nelle scienze empiriche») si concentra sulla distinzione tra spiegazioni causali e spiegazioni non causali. Mentre è possibile pensare che tutte le spiegazioni di fenomeni empirici siano di tipo causale, l'esempio della struttura esagonale dei favi delle api ha già suggerito che vi siano spiegazioni di questo tipo di fenomeni che non hanno questa natura, e nelle quali la matematica svolge un ruolo essenziale. Questo capitolo presenta e discute nel dettaglio un caso di SMs in biologia che è stata portata nel dibattito filosofico recente da Alan Baker (si vedano in particolare Baker 2005, 2009, 2012), e riguarda la spiegazione della durata dei cicli vitali di una particolare specie di cicale del genere Magicicada che popola alcune regioni del Nord America. Queste cicale hanno cicli vitali di 13 o 17 anni. Qual è la spiegazione di questo fatto? Come nel caso dei favi, anche in questa spiegazione si intrecciano apparentemente condizioni ambientali e fatti matematici. Le condizioni ambientali consistono nella legge biologica che stabilisce che avere un ciclo vitale che minimizza l'intersezione con altri cicli di vita minori o simili (altre sottospecie o specie di predatori) è evoluzionisticamente vantaggioso, e, per esempio, nel vincolo ambientale che le cicale di un particolare ecosistema sono vincolate a cicli di vita compresi tra i 14 e i 18 anni. Per completare la spiegazione serve però aggiungere un teorema matematico che mostra come sia sulla base di proprietà matematiche dei numeri primi (al contrario di quelli non primi) che cicli vitali di un numero primo di anni riescono, al contrario di cicli di un numero non primo di anni, a minimizzare l'intersezione con altri cicli vitali come richiesto. L'esempio è particolarmente controverso e ha stimolato una notevole letteratura scientifica (si vedano, tra i tanti, Bangu 2008, Daly e Langford 2009, Rizza 2011, Saatsi 2011, e i saggi in Molinini, Pataut, Sereni 2016), volta spesso a sostenere che quella offerta da Baker non sia realmente un caso di spiegazione matematica. Resta comunque uno degli esempi più discussi in quest'ambito e più adatti a illustrare il dibattito sulle SMs.

Uno dei problemi che questo esempio solleva e che vale la pena di sottolineare è quello che Molinini chiama «il problema dell'evidenza». Abbiamo detto che vi sono critici di Baker che dubitano del fatto che quella appena descritta costituisca un esempio genuino di spiegazione matematica. Ma qual è l'evidenza sulla quale Baker da una parte e i suoi critici dall'altra possono basarsi per sostenere le loro posizioni? Molinini distingue due strategie: una strategia *philosophy-driven* e una *practice-driven*. Secondo la prima strategia, a guidarci nella considerazione di che cosa costituisca una spiegazione matematica sono considerazioni e principi di natura schiettamente filosofici. La seconda strategia è di fatto meno normativa, e si basa sulla convinzione che sia la pratica scientifica a fornire l'evidenza necessaria a elaborare una adeguata nozione di spiegazione matematica, in grado di rendere conto delle intuizioni dei matematici. Questo atteggiamento di attenzione alla pratica scientifica è oggi molto diffuso in filosofia della matematica (si veda per esempio la recente costituzione della *Association for the Philosophy of Mathematical Practice1*), ed è condiviso da molti degli autori che si occupano di spiegazione matematica (oltre a Baker, anche Chris Pincock e Robert Batterman – cfr. Batterman 2010, Pincock 2012). È importante notare che lo stesso Molinini predilige una strategia *practice-driven*, e che essa guida in parte le considerazioni offerte in questo volume. È altrettanto importante notare che questa strategia non preclude di assumere posizioni divergenti sulla spiegazione matematica. In particolare, essa è compatibile sia con una posizione *monista*, secondo cui vi è un'unica nozione di spiegazione matematica il cui nucleo concettuale è in grado di sussumere i diversi esempi di spiegazione che possono presentarsi nella pratica, sia con una posizione *pluralista*, secondo cui un nucleo concettuale unico non può essere trovato e il modo miglior di procedere è quello di ammettere una varietà di tipi di spiegazione matematica differenti, per quanto in qualche modo connessi tra loro (anche in questo caso, le preferenze dell'autore vanno a una

1 Si veda: http://institucional.us.es/apmp/.

posizione di questo secondo tipo). Il Capitolo 3 si conclude con una sintetica panoramica di approcci contemporanei alla spiegazione matematica, inquadrati anche attraverso le distinzioni appena richiamate.

Il Capitolo 4 («Oltre la rappresentazione») approfondisce alcuni aspetti rilevanti della discussione sulla spiegazione matematica nelle scienze. Il primo paragrafo descrive un altro esempio di spiegazione matematica, e avrebbe potuto forse essere inserito precedentemente, se non fosse però particolarmente adatto a sollevare il tipo di questioni discusse negli altri due paragrafi, che hanno a che vedere con il problema dell'*applicabilità* e con quello dell'*ontologia della matematica*. L'esempio è quello (probabilmente noto a molti nella sua enunciazione) dell'impossibilità di attraversare i sette ponti che nella città di Könisberg (Kaliningrad) consentono di passare tra le quattro aree di terraferma ritagliate dal fiume Pregel, partendo da un punto e ritornando allo stesso punto attraversando ciascun ponte una sola volta. La spiegazione ritenuta migliore di ciò, offerta da Eulero, sfrutta la teoria dei grafi. Rappresentando le aree di terraferma come vertici e i ponti come archi che connettono questi vertici, possiamo presentare lo schema dei ponti di Könisberg come una struttura geometrica (un grafo) le cui proprietà sono indagabili matematicamente. Uno specifico teorema mostra che un percorso come quello desiderato – detto *tour euleriano* – non si può avere in un grafo come quello in oggetto (dal momento che è un grafo di un particolare tipo, connesso, che ha vertici di grado dispari, cioè ai quali arrivano un numero dispari di archi, e solo grafi connessi che non hanno vertici di grado dispari ammettono tour euleriani). Come è ottenuta questa spiegazione? Apparentemente, astraendo alcune delle proprietà del sistema fisico in questione, per ottenere una *rappresentazione astratta* del sistema che sia investigabile matematicamente: le proprietà matematiche della rappresentazione possono poi spiegare il perché certi fenomeni si danno o non si danno (sono o non sono possibili) nel sistema fisico. Il problema di spiegare come questo processo di astrazione e rappresentazione funziona si porta dietro un problema ancora più ampio, quello di spiegare in generale come la matematica sia applicabile al mondo empirico (la famosa «irragionevole efficacia della matematica nelle scienze» sottolineata da Eugene Paul Wigner – cfr. Wigner 1960). La discussione richiederebbe molto spazio, ma Molinini presenta chiaramente alcuni dei sui punti principali – quale il ruolo delle idealizzazioni nelle rappresentazioni scientifiche, che sono volutamente false del mondo empirico e richiedono così di chiarire come una spiegazione ottenuta per loro tramite possa essere una buona spiegazione – e alcune delle posizioni contemporanee sulla questione (tra le quali quelle affrontate in Melia 2000, Batterman 2010, Bueno e Colyvan 2011, Pincock 2012). La discussione sulle SMs si chiude ritornando nuovamente al lavoro di Alan Baker, che se ha richiamato il problema della spiegazione matematica l'ha fatto principalmente con l'obiettivo di introdurre una versione modificata del noto *argomento di indispensabilità* per il realismo matematico (su cui si veda Sereni 2009 e i riferimenti ivi contenuti; per approfondimenti, cfr. Colyvan 2001; Panza, Sereni 2013): dobbiamo ritenerci ontologicamente impegnati all'esistenza di tutte le entità che svolgono un ruolo esplicativamente indispensabile nelle nostre migliori teorie scientifiche, e se vi sono entità matematiche che svolgono un tale ruolo, allora dobbiamo ritenerci impegnati anche alla loro esistenza. L'argomento d'indispensabilità è stato significativamente dibattuto negli ultimi anni, e la sua versione basata sulla spiegazione ha introdotto tante controversie quanti spunti per ulteriori riflessioni. Nell'economia del volume, un sintetico paragrafo su quest' argomento ha il pregio di sottolineare come il dibattito sulla SMs non solo abbia un interesse di per sé (o per temi più strettamente connessi come quello dell'applicabilità), ma sia anche significativamente intrecciato con altre importanti aree della riflessione sull'epistemologia e l'ontologia della matematica.

Il Capitolo 5 («La spiegazione matematica in matematica») è invece dedicato all'altra categoria nella classificazione delle spiegazioni matematiche, cioè quella delle spiegazioni matematiche nella matematica stessa. Qui Molinini, ricordandoci soprattutto dei lavori di ricostruzione storica e concettuale promossi da Paolo Mancosu in quest'ambito – si vedano tra gli altri Mancosu 2001, 2008, 2011), adotta nuovamente una strategia *practice-driven* per rispondere alla domanda se esistano SMm. In questo caso, grazie alle parole d'importanti matematici, l'autore riesce facilmente a mostrare come all'interno della comunità matematica stessa la nozione di spiegazione matematica non solo sia ritenuta perfettamente legittima, ma sia anche tenuta in grande considerazione. In particolare, risulta centrale la distinzione, già accennata in precedenza, tra dimostrazioni esplicative e non (tratteggiata, oltre che da Aristotele e Bolzano, anche da Cartesio). Richiamando le idee di Georges Bouligand (cfr. Bouligand 1933), Molinini riassume due prove del teorema di Pitagora. La prima, che ci viene dagli *Elementi* di Euclide, ci convince *che* il teorema vale, ma solo la seconda, sostiene Bouligand, ci spiega *perché* il teorema vale. Una delle ragioni (i dettagli delle prove possono essere consultati nel volume) è che la seconda dimostrazione è più generale della prima, in quanto considera il teorema di Pitagora come un caso particolare di un teorema che riguarda il rapporto tra figure piane di qualsiasi tipo e quello dei quadrati costruiti sui lati corrispondenti. La *generalità* può dunque essere vista come uno dei tratti che caratterizzano una dimostrazione esplicativa rispetto a una non esplicativa (e, d'altronde, la capacità unificatrice di fenomeni di tipo diverso è uno dei tratti a cui si ricorre tipicamente per caratterizzare anche le spiegazioni scientifiche). In matematica, quindi, non tutte le dimostrazioni sono spiegazioni matematiche. D'altronde, ci ricorda l'autore, non tutte le spiegazioni matematiche sono dimostrazioni. Si possono avere spiegazioni anche semplicemente riformulando un dato problema, appartenente a una certa branca della matematica, all'interno di un'altra branca ritenuta per qualche ragione più fondamentale o più perspicua (basta pensare a un teorema di aritmetica riformulato in una particolare teoria degli insiemi). Anche quest'ultimo capitolo si chiude con una panoramica degli approcci contemporanei, riservando particolare attenzione alla posizione presentata nei lavori, già citati, di Mark Steiner, uno dei primi filosofi ad aver affrontato nel secolo scorso il problema della spiegazione matematica in maniera circoscritta e approfondita.

Senza dubbio, ciascuno dei temi connessi alla spiegazione matematica e menzionati in questo volume avrebbe bisogno di molto più spazio per essere affrontato in maniera esaustiva. Ed è chiaro che una trattazione specialistica del problema della spiegazione matematica dovrebbe approfondire altri problemi a essa connessa (per esempio il problema delle spiegazioni ottenute tramite dimostrazioni *computer-assisted* – menzionato nelle letture relative al Capitolo 5 – o il problema del ruolo delle spiegazioni matematiche nelle scienze sociali, o ancora il tema degli aspetti cognitivi delle spiegazioni, con particolare riferimento al ruolo delle dimostrazioni che fanno uso di diagrammi, o al rapporto tra spiegazione e comprensione). Tuttavia il volume di Molinini, nel breve spazio a disposizione, costituisce sicuramente un importante punto di partenza per il lettore italiano che voglia avvicinarsi al tema. I problemi principali sono considerati sinteticamente e con precisione, e la scorrevolezza del testo controbilancia alcuni passaggi più tecnici che potrebbero spaventare i non addetti ai lavori. Per gli approfondimenti, la sezione sulle letture consigliate tipica dei volumi di questa collana dà la possibilità di venire in contatto con un'ampia selezione di testi specialistici, da scritti classici fino ai più recenti articoli di ricerca. Il libro di Molinini si presta quindi ottimamente tanto a essere un volume di consultazione per il lettore interessato anche se non professionista, tanto a essere la base da cui partire per un breve corso universitario o dottorale. Questo non significa che non possa essere usato proficuamente da chi si occupa di questi temi in un contesto più squisitamente di ricerca. Anche se è vero, infatti, che la letteratura specialistica sul tema della spiegazione matematica e dei suoi rapporti con la spiegazione scientifica (a partire dai vari testi citati in questa breve presentazione) si concentra con sempre maggiore specificità e approfondimento su questioni particolari, è allo stesso tempo vero che le tante connessioni del tema con aree diverse del sapere sia filosofico che scientifico rende assolutamente necessario tenere a mente una presentazione sinottica del dibattito in corso. Assieme a saggi come Steiner (1978a, 1978b), Mancosu (2011) e lo stesso Molinini (2016), il volume di Molinini si presenta come un ottimo punto di riferimento per dare anche allo specialista una mappatura organica dei problemi in questione, e, di fatto, come l'unico volume a sé stante attualmente disponibile che serva a questo scopo.

Bibliografia

Aristotele, 2005, *Metafisica*, trad. it. di A. Russo, Roma-Bari, Laterza.

Aristotele, 2007, *Fisica*, trad. it. di A. Russo, in Id. Opere Vol III, Roma-Bari, Laterza.

Aristotele, 2007, *Analitici Secondi*, Organon IV, a cura di M. Mignucci, Roma-Bari, Laterza.

Baker A., 2005, «Are there genuine mathematical explanations of physical phenomena?», *Mind*, *114*, pp. 223-238.

Baker A., 2009, «Mathematical explanation in science», *The British Journal for the Philosophy of Science*, *60*, pp. 611-633.

Baker A., 2012, «Science driven mathematical explanation», *Mind*, 121(482), 243-267.

Bangu S., 2008, «Inference to the best explanation and mathematical realism», *Synthese*, 160(1), pp. 13-20.

Batterman R., 2010, «On the explanatory role of mathematics in empirical science», *British Journal for the Philosophy of Science*, *61*(1), pp. 1-25.

Bouligand G, 1933, «L'idée de causalité en mathématiques et dans quelques théories physiques», *Revue Scientifique*, 71 (9), pp. 256-267.

Bueno O., Colyvan M., 2011, «An inferential conception of the application of mathematics», *Noûs*, 45, pp. 345-374.

Colyvan M., 2001, *The indispensability of mathematics*, Oxford, Oxford University Press.

Daly C., Langford S., 2009, «Mathematical explanation and indispensability arguments», *The Philosophical Quarterly*, 59(237), pp. 641-658.

Hempel C., Oppenheim P., 1948, «Studies in the Logic of Explanation», *Philosophy of Science Studies*, 15, pp. 135-175.

Kitcher P., 1989, «Explanatory Unification and the Casual Structure of the World», in Kitcher P., Salmon W. (eds.), *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, Vol 13, *Scientific Explanation*, University of Minnesota Press, Minneapolis, pp. 410-505.

Felline L., 2016, «Teorie della spiegazione scientifica», *APhEx*, 14. On-line: http://www.aphex.it/index.php?Temi=557D030122027403210405067 77327

Mancosu P., 2001, «Mathematical Explanation: Problems and Prospects», *Topoi*, 20, pp. 97-117.

Mancosu P., 2008b, «Mathematical Explanation: Why It Matters», in Mancosu P. (ed.), *The Philosophy of Mathematical Practice*, Oxford, Oxford University Press, pp. 134-149.

Mancosu P., 2011, «Explanation in Mathematics», in Zalta E. N. (ed.), *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Spring 2011 Edition. On-line: http://plato.stanford.edu/entries/mathematics-explanation/.

Melia J., 2000, «Weaseling away the indispensability argument», *Mind*, 109(435), pp. 455-479.

Molinini D., 2016, «La spiegazione matematica», APhEx, 7. On-line: http://www.aphex.it/index.php?Temi=557D030122027403210705027 77327

Molinini M, Patatu F., Sereni A., 2016, *Indispensability and Explanation*, special issue of *Synthese*, 193.

Panza M., Sereni A., 2013, *Plato's Problem. An Introduction to Mathematical Platonism*, Basingstoke UK, Palgrave Macmillan; ed.

orig italiana 2010, *Il Problema di Platone*, Roma, Carocci.

Pincock C., 2012, *Mathematics and scientific representation*, Oxford, Oxford University Press.

Rizza D., 2011, «Magicicada, Mathematical Explanation and Mathematical Realism», *Erkenntnis*, 74, pp. 101-114.

Saatsi J., 2011, «The enhanced indispensability argument: Representational versus explanatory role of mathematics in science», *The British Journal for the Philosophy of Science*, 62, pp. 143-154.

Salmon W., 1984, *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press.

Sereni A., 2009, «Argomenti di indispensabilità in filosofia della matematica», *Aphex*, 1. On-line: http://www.aphex.it/index.php?Temi=557D0301220274032103727677

Steiner M., 1978a, «Mathematical Explanation», *Philosophical Studies*, 34, pp. 135-151.

Steiner M., 1978b, «Mathematics, Explanation and Scientific Knowledge», *Noûs*, 12, pp. 17-28.

Steiner M., 1998, *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*, Cambridge (Mass), Harvard University Press.

Steiner M., 2005, «Mathematics: Application and Applicability», in S. Shapiro (ed.), *Oxford handbook of the philosophy of mathematics and logic* (pp. 625- 650), Oxford University Press, Oxford - New York.

Wigner E., 1960, «The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences», *Communications in Pure and Applied Mathematics*, 13, pp. 1-14.